ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «БЕЛГОРОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

«Практико-ориентированный подход преподавания математики в системе СПО»

(Материалы из опыта работы)

Автор опыта:
Котенева Кристина Петровна
преподаватель математики
ОГАПОУ «Белгородский строительный колледж»

г. Белгород, 2023г.

Основной задачей среднего профессионального образования в условиях реализации ФГОС является подготовка высококвалифицированных специалистов, конкурентоспособных на рынке труда, компетентных, ответственных, свободно владеющих своей профессией и ориентированных в смежных областях деятельности, способных к профессиональному росту и профессиональной мобильности в условиях информатизации общества и развития новых наукоемких технологий. Математика как фундаментальная дисциплина имеет большие возможности для формирования ключевых компетенций специалиста, как профессиональных, так и личностных. В силу специфики своего содержания данный учебный предмет формирует способность к самообразованию, поиску и усвоению новой информации, умение планировать и адекватно оценивать свои действия, принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях, работать в коллективе и команде, развивает силу и гибкость ума, способность к аргументации и другие качества, необходимые современному специалисту.

Студент, обучающийся в рамках СПО, уже определился со специальностью и точно знает, кем хочет стать. Поэтому изучение математики для большинства студентов СПО не является самоцелью. Следовательно, перед преподавателем математики стоит задача показать необходимость математических знаний при освоении той или иной профессии. Чтобы её решить, преподавателю необходимо иметь представления о специальности в целом, о примерном содержании специальных дисциплин. Для этого надо знать, какой математический аппарат используется при освоении специальности, и интерпретировать эти знания при изучении основных математических понятий, использовать как основу для создания проблемных учебных ситуаций.

Таким образом, цель обучения математике в колледже состоит в том, чтобы студент, во-первых, получил фундаментальную математическую подготовку в соответствии с программой, а во-вторых, овладел навыками математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности.

Усиление практической направленности преподавания – одна из основных задач, поставленных перед системой профессионального образования. В соответствии с требованиями ФГОС, вся система обучения математики в СПО должна показывать практическое значение математической науки, учить студентов применять теоретические знания для решения конкретных вопросов и задач, с которыми они столкнутся в процессе обучения выбранной специальности. Они нуждаются в значительно большем: в сведениях, которые увязывают математические знания с их будущей профессией, показывают математику как орудие практики, как непосредственного помощника человека при решении им различных проблем. Преподавание математики в колледже теснейшим образом связано с изучением спецдисциплин и производственного обучения. В этом состоит специфика работы преподавателя математики в системе СПО.

Форм работы по осуществлению профессиональной направленности:

- составление и решение задач с производственным содержанием;
- иллюстрация математических понятий и предложений примерами, взятыми из материала предметов профессионально - технического цикла;
- использование имеющихся знаний по спецпредметам для изучения нового материала по математике;
- применение на уроках математики учебно-наглядных пособий (таблиц, плакатов, макетов, моделей, инструментов), применяемых на производственном обучении и уроках профессионального цикла;
- проектная и исследовательская деятельность студентов

Мы работаем над осуществлением профессиональной направленности на основе ФГОС в группах, обучающихся по специальности 08.02.09 Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий.

Профессиональная направленность преподавания математики полностью зависит от конкретной специальности, поэтому приходится тщательно отбирать профессионально значимый материал. Для колледжа профессионально значимыми являются знания и навыки расчетного характера, умение оперировать с обыкновенными и десятичными дробями, умение оперировать процентами, активно используются отношение величин, пропорции, прямая и обратная пропорциональные зависимости, степень числа. Особую значимость в технических расчетах имеют тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. При описании принципов работы различных механизмов применяются тригонометрические функции, умение вычислять их значение, работать с графиками тригонометрических функций.

Вовремя и удачно приведенный пример на уроке, побуждает к осмысленному усвоению знаний. Эффективно применение материалов профессиональной направленности на этапе формирования новых понятий, для подведения обучающихся к самостоятельному определению нового понятия. Они помогают создавать проблемные ситуации, которые вызывают активность, живой интерес и любознательность, если связаны с практикой, с профессиональными вопросами.

Эффективной формой работы по осуществлению профессиональной направленности является составление и решение задач производственного содержания. Удачно подобранные задачи позволяют повысить интерес к изучаемому материалу по математике. Примеры использования задач производственного содержания по разным разделам математики для студентов, обучающихся специальности «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий» рассмотрим ниже.

Применение раздела «Геометрия (планиметрия и стереометрия)»: Знание взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений. Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях.

Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения. Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии.

Пример 1. а) Найдите площадь пола, стен, потолка помещения, где необходимо проложить электропроводку, используя план помещения.

б)Продумайте схему вашей электропроводки:

- выключатели на высоте 0,8 – 1,3 м;

- розетки должны иметь заземляющий контакт;

- 1 розетка на 3 м стены.

Применение темы «Многогранники и тела вращения»: знание свойства, определение элементов их связь, умение высчитывать объем и площадь поверхности объемных тел, «Арифметические операции над целыми и дробными числами» умение выражать нужную переменную, правильно производить математические расчеты.

Пример 2. а) На какой высоте надо повесить глубокоизлучатель, рассеивающий свет под углом 60^0, чтобы он освещал данную площадь (круг радиусом 4м)?

б) Расширительный бак силового трансформатора имеет форму цилиндра диаметром 0,4м и высотой 0,8м. Сколько масла надо залить в расширительный бак, если оно должно заполнять 2/3 объема бака?

в) Вычислите силу тока, протекающего по электрообогревателю мощностью 1500 Вт при напряжении сети 220 В.

г) Рассчитать мощность лампы накаливания, если сопротивление нити накаливания R=500 Ом, а номинальное напряжение U=220 В.

Применение темы «Тригонометрия», «Производная (дифференциал), «Интеграл» все эти темы имеют тесную связь и физическим явлением, связанным с электрическим током. Здесь формируются: знания основных

понятий о постоянном и переменном электрическом токе, последовательное и параллельное соединение проводников и источников тока, единицы измерения силы тока, напряжения, мощности электрического тока, сопротивления проводников, электрических и магнитных полей; сущность и методы измерений электрических величин, конструктивные и технические характеристики измерительных приборов, основные элементы электрических сетей.
Пример 3. а) Количество электричества, которое протекает через проводник, с начального момента времени $t_0=0$, и оно задано формулой $Q=4t^2–2t+9$. Найти силу тока в конце 8-ой секунды.

б) Над центром круглого стола радиуса висит лампа. На какой высоте следует подвесить эту лампу, чтобы на краях стола получить наибольшую освещенность.

в) Изменение силы тока в зависимости от времени выражено уравнение I= 2t2-5t. (I- в амперах, t- в секундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 10-й с.

Применение темы «Комплексное число». С помощью комплексных чисел в электротехнике в теории электрических цепей могут быть представлены как величины (напряжения, токи, сопротивления и т.д.), так и зависимости между этими величинами (законы Ома, Кирхгофа). Применение комплексных чисел даёт возможность упростить расчёты цепей постоянного и переменного тока, т.е. использовать все законы, формулы, методы расчётов, применяющиеся в цепях постоянного тока, для расчёта цепей переменного тока.

Таким образом, практико-ориентированный подход преподавания математики обеспечивает более высокое качество знаний студентов за счет четкого планирования учебных занятий (подбор качественных заданий), и повышает мотивацию и заинтересованность студентов при изучении данного предмета.

В качестве примера рассмотрены «Методические указания обучающимся по выполнению практических работ учебной дисциплины ОУД.03 «Математика» специальности 08.02.09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий»

ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕУЧРЕЖДЕНИЕ

«БЕЛГОРОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

обучающимся по выполнению практических работ

учебной дисциплины

ОУД.03. МАТЕМАТИКА

по специальности:

08.02.09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий».

Белгород, 2023 г.

Перечень практических работ

№п/п	Название практического занятия	Кол-во часов
1	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Виды плоских фигур и их площадь»	2
2	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Простые проценты, разные способы их вычисления»	2
3	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Сложные проценты»	2
4	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства»	2
5	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение иррациональных уравнений и неравенств»	2
6	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей.»	2
7	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Перпендикулярность прямой и плоскости, параллельность двух прямых, перпендикулярных плоскости, перпендикулярность плоскостей.»	2
8	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Преобразования простейших тригонометрических выражений.»	2
9	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций»	2
10	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах»	2
11	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах»	2
12	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей на плоскости.»	2
13	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Количественные расчеты с координатами»	2
14	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей»	2
15	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение показательных уравнений методом введения новой переменной»	2
16	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение показательных уравнений функционально- графическим методом.»	2
17	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение показательных уравнений показательных неравенств»	2

18	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Применение логарифма»	2
19	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Применение логарифма»	2
20	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Логарифмы в природе и технике»	2
21	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Симметрия в природе»	2
22	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Симметрия в архитектуре»	2
23	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Симметрия в технике и в быту»	2
24	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Правильные многогранники, их свойства»	2
25	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Комбинации геометрических тел»	2
26	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Комбинации геометрических тел»	2
27	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Применение комбинации геометрических тел на практике»	2
28	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Применение комбинации геометрических тел на практике»	2
29	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Физический смысл производной в профессиональных задачах»	2
30	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Наибольшее и наименьшее значения функции»	2
31	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах»	2
32	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел»	2
33	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Примеры использования комплексных чисел»	2
34	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница»	2
35	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение задач на применение интеграла в физике и геометрии»	2
36	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Относительная частота события»	2
37	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Оценка вероятности события»	2
38	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Обработка статистических данных. Графическое их представление»	2
39	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Операции с множествами»	2
40	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Понятие графа. Связный граф, дерево, цикл граф на плоскости»	3
41	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение текстовых задач профессионального содержания»	2
42	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение текстовых задач профессионального содержания»	2
43	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение текстовых задач профессионального содержания»	2

44	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Решение текстовых задач профессионального содержания»	2
45	ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА «Общие методы решения уравнений и неравенства»	2
	ИТОГО	**90**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

«Учебно-методические рекомендации для выполнения практической работы по дисциплине «Математика» разработаны для студентов 1-2 курса специальности 08.02.09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий». Настоящие материалы разработаны с учетом рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

Выполнение студентами практических занятий направлено на достижение студентами следующих предметных результатов: - владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; - владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; - владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Включенные в практические работы задачи стимулируют исследовательскую и творческую деятельность, развивают познавательные интересы, помогают не только глубже понять математику, как науку, но и научиться применять полученные знания на практике.

Разработанное учебно-методическое пособие предназначено для обучающихся учреждений среднего профессионального образования. Обучающимся предлагаются различные виды заданий, позволяющие усвоить теоретические и практические знания математики. Может быть использовано для работы студентами любой специальности профессиональных образовательных организаций. Предлагаемое учебно-методическое пособие станет надежным дополнением и помощником для преподавателей математики профессиональных образовательных организаций.

Ход выполнения практической работы

Практические работы необходимо выполнять в рабочих тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Ход работы:

1. Познакомиться с материалом практической работы
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. Выполнить самостоятельную работу
4. Сдать преподавателю тетрадь для проверки.

Критерии оценивания практических работ

Отметка «5» ставиться, если:

- работа выполнена полностью;

- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- выполнено 75-90% заданий;

- либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;

- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставиться, если:

- выполнено 51-75% заданий;

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- выполнено менее 50% заданий;

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Особое значение при выполнении практических работ имеет формирование и развитие ОК и ПК

Общие компетенции	Планируемые результаты обучения	
	Общие	Дисциплинарные
ОК01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	- готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - интерес к различным сферам профессиональной деятельности, Овладение универсальными учебными познавательными действиями: а) базовые логические действия: - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивать креативное мышление при решении жизненных проблем б) базовые исследовательские действия: - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; - выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; -- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и	-владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; - уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения; - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; уметь извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках,

	решения; и способность их использования в познавательной и социальной практике	отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; - уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники; - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение

		вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; - уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки. - уметь оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; - уметь оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений при решении задач, в том числе из других учебных предметов; - уметь оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач; - уметь свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; -уметь оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; - уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с

		помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; -уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем; - уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; - уметь оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений; - уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма

		записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; - уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии; - уметь находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; - уметь свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических

		фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения; - уметь свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2x2 и 3x3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя; - уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера; - умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление

		законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки
ОК02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности	В области ценности научного познания: -сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; - совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира; - осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Овладение универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией: - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам; - использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности	- уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни
ОК03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие	В области духовно-нравственного воспитания: -- сформированность нравственного сознания, этического поведения; - способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности; - осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;	- уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы,

	- ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; Овладение универсальными регулятивными действиями: а) самоорганизация: - самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень; б) самоконтроль: использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения; - уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность: внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей; - эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию; - социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты	объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники; - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками
ОК04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами	готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению; -овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: б) совместная деятельность: - понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;	- уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

	- принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы; - координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия; - осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным. Овладение универсальными регулятивными действиями: г) принятие себя и других людей: - принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности; - признавать свое право и право других людей на ошибки; - развивать способность понимать мир с позиции другого человека	- уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа; - уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; - уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции; - уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
ОК05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста	В области эстетического воспитания: - эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений; - способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства; - убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества; - готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности; Овладение универсальными коммуникативными действиями: а) общение: - осуществлять коммуникации во всех сферах жизни; - распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты;	- уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; - уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира

	- развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств	
ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и	- осознание обучающимися российской гражданской идентичности; - целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения, - ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; - идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); - способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; - овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности	- уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; -уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях	- не принимать действия, приносящие вред окружающей среде; - уметь прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их; - расширить опыт деятельности экологической направленности;	- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и
ОК09. Использовать информационные	Овладение универсальными учебными познавательными действиями: в) работа с информацией:	-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач; -сформированность представлений о математических понятиях как

технологии в профессиональной деятельности	- владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации; - оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам; - использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности	важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий
ОК11. Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере.	-отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем; -готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности; - способный искать и находить необходимую информацию используя разнообразные технологии ее поиска, для решения возникающих в процессе производственной деятельности проблем при строительстве и эксплуатации объектов капитального строительства; - готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников	- уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера; - умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений
ПК 1.2 Организовывать и осуществлять работы по выявлению неисправностей электроустановок промышленных и гражданских зданий	- устройство, принцип действия и схемы включения измерительных приборов; -типичные неисправности электроустановок и способы их устранения	-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; -владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с

		практическим содержанием; - владение навыками использования готовых компьютерных программ
ПК.2.4 Участвовать в проектировании силового и осветительного Электрооборудования	-перечень документов, входящих в проектную документацию; -основные методы расчета и условия выбора электрооборудования; -правила оформления текстовых и графических документов	- уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
ПК3.3. Организовывать и производить эксплуатацию электрических сетей	- обосновывать своевременный вывод трансформаторных подстанций и распределительных пунктов для ремонта;	- уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
ПК3.4 Участвовать в проектировании электрических сетей.	-основные методы расчета и условия выбора электрических сетей; -технические характеристики элементов линий электропередачи и технические требования, предъявляемые к их работе; - конструктивные особенности и технические характеристики трансформаторных подстанций и распределительных пунктов, применяемые в сетях 0,4-20кВ	- уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
ПК 4.3. Участвовать в расчетах основных технико-экономических показателей.	-состав, порядок разработки, согласования и утверждения проектно-сметной документации; -виды износа основных фондов и их оценка; -основы организации, нормирования и оплаты труда; -издержки производства и себестоимость продукции	- уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

№ п/п	Код	Результаты
Личностные результаты согласно рабочей программе воспитания по профессии		
1	**ЛРВ14**	Способный ставить перед собой цели под для решения возникающих профессиональных задач, подбирать способы решения и

		средства развития, в том числе с использованием информационных технологий;
2	**ЛРВ17**	Способный выдвигать альтернативные варианты действий с целью выработки новых оптимальных алгоритмов; позиционирующий себя в сети как результативный и привлекательный участник трудовых отношений.
3	**ЛРВ19**	Готовый соответствовать ожиданиям работодателя: активный, проектно-мыслящий, эффективно взаимодействующий и сотрудничающий с коллективом, осознано выполняющий профессиональные требования, ответственный, пунктуальный, дисциплинированный, трудолюбивый, критически мыслящий, демонстрирующий профессиональную жизнестойкость.

Практическая работа 1

Тема: *Виды плоских фигур и их площадь*

Цель: отработать умения и навыки по применению свойств фигур и формул для вычисления площади плоских фигур.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Площадь прямоугольника можно найти следующим образом:

$S = ab$, где a и b – стороны прямоугольника.

Квадрат – это прямоугольник, у которого стороны равны, а, значит, площадь квадрата со стороной a равна $S = a^2$, где a – его сторона.

Площадь квадрата можно также вычислить по формуле $S = d^2/2$, где d – диагональ квадрата.

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне, то есть вычисляется по формуле $S = ah$, где a – его сторона, h – высота, проведённая к этой стороне.

Площадь параллелограмма можно вычислить и по формуле $S = ab \sin \alpha$, где a и b – стороны, α – угол параллелограмма.

Ромб – «частный случай» параллелограмма, значит, его площадь можно находить так же, как и площадь параллелограмма. Кроме того, имеются и другие формулы площади ромба: $S = a^2 \sin \alpha$, где a – сторона ромба, α – угол ромба; $S = 1/2\ d_1 d_2$, где d_1 и d_2 – диагонали ромба.

Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту, проведённую к этой стороне, то есть её можно найти по формуле $S = 1/2\ ah$.

Есть и другие формулы для нахождения площади треугольника: $S = 1/2\ ab \sin \gamma$, где a и b – стороны, γ – угол между этими сторонами.

При необходимости для нахождения площади треугольника можно использовать формулу Герона, древнегреческого учёного, который жил в Александрии в I веке нашей эры:

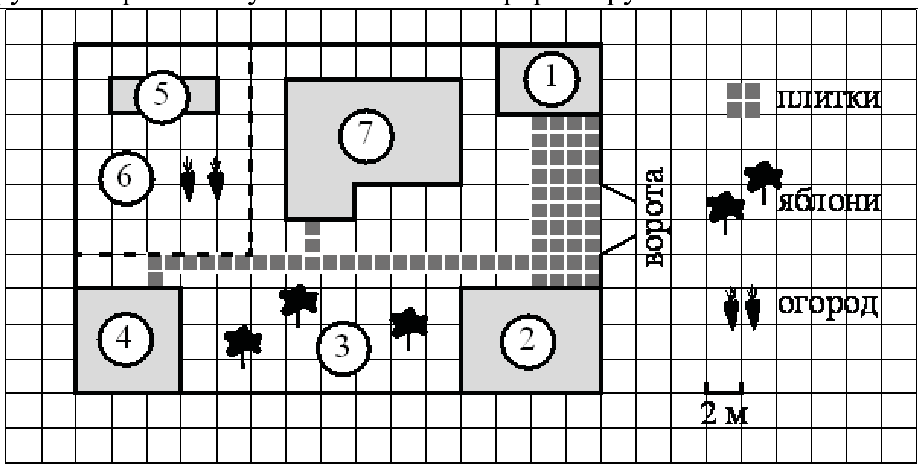
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где a, b, c – стороны треугольника, p – его полупериметр $p = (a + b + c)/2$.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту: $S = (a + b) / 2 \cdot h$, где a и b – основания трапеции, h – высота.

Задания для самостоятельного решения

Вариант1	Вариант 2

1. Какие утверждения верны: 1) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон. 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований. 3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны	**1**. Какое утверждение верно: 1) Все диаметры окружности равнымежду собой. 2) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника. 3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.
2. Какое утверждение верно: 1) Все квадраты имеют равные площади. 2) Основания равнобедренной трапецииравны. 3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.	**2**. Какое утверждение верно: 1) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм являетсяквадратом. 2) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам. 3) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции навысоту.
3. Какие утверждения верны: 1) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу. 2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту. 3) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.	**3**. Какие утверждения верны: 1) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне. 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности. 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
Внимательно рассмотрите рисунок и выполните задания	
На рисунке представлен план садового участка. На плане объекты обозначены следующими цифрами: сарай - 1, гараж - 2, яблоневые посадки -3, баня - 4, теплица - 5, огород - 6, жилой дом - 7.	
Хозяин планирует построить на участке бассейн в форме круга.	
	
4.Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?	**4**.Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?

5.Найдите расстояние от жилого домадо гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.	5.Найдите расстояние от жилого домадо сарая (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.
6.Найдите площадь, которую занимает гараж. Ответ дайте в квадратных метрах.	**6.**Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.
7.Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.	**7**.Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.
8.Сколько процентов от площади всего участка занимают строения (жилой дом, гараж, сарай, баня)? Ответ округлите доцелого.	**8**.Сколько процентов от площади всего участка занимает плитка (дорожки и площадка)? Ответ округлите до целого.
9. Предполагаемая площадь дна кругового бассейна равна 90. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 60°.	**9**. Предполагаемая площадь дна кругового бассейна равна 120. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 30°.
10. Дан круговой бассейн. Известно, что длина ограничивающей его окружности равна 72π. Найдите площадь дна бассейна. В ответ запишите площадь, *деленную на* π.	**10.** Дан круговой бассейн. Известно, что длина ограничивающей его окружности равна 6π. Найдите площадь дна бассейна. В ответ запишите площадь, *деленную на* π.
Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м×1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой	

Практическая работа 2

Тема: *Простые проценты, разные способы их вычисления..*

Цель: Отработать умения и навыки по решению задач на проценты.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Слово « процент » происходит от латинских слов pro centum, что буквально означает «со ста». Процент = одна сотая часть числа.

Понимание процентов и умение выполнять процентные вычисления в настоящее время необходимы каждому человеку. Очень велико прикладное значение этой темы. Она затрагивает финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и другие сферы.

Рассмотрим три основных типа задач на проценты.

1)Нахождение процента от числа. Чтобы найти проценты от числа, можно проценты представить в виде десятичной дроби и число умножить на полученную десятичную дробь.

Задача: Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60 % имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?

Решение: Найдем 60 % от 500 (общее количество насосов).

60 % = 0,6

500 • 0,6 = 300 насосов высшей категории качества.

Ответ: 300 насосов высшей категории качества.

2)Нахождение числа по его проценту. Чтобы найти число по его процентам, можно проценты представить в виде десятичной дроби и данное число разделить на полученную десятичную дробь.

Задача: Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

Решение:

Итак, нам неизвестно сколько всего страниц в книге. Но мы знаем, что часть, которую прочитал ученик (138 страниц) составляет 23 % от общего количества страниц в книге. Так как 138 стр. - это всего лишь часть, само количество страниц, естественно, будет больше 138. Это поможет нам при проверке.

$$138 : 23\,\% = 138 : 0{,}23 = \frac{138 \cdot 100}{23} = 600 \text{ (стр.)}$$

Ответ: 600 (стр.) - общее количество страниц в книге.

3)Сколько процентов одно число составляет от другого. Чтобы найти сколько процентов одно число составляет от другого можно одно число разделить на другое и полученное произведение умножить на 100.

Задача: Из 200 арбузов 16 оказались незрелыми. Сколько процентов всех арбузов составили незрелые арбузы?

Решение:

16 делим на общее количество арбузов и умножаем на 100 %.

$$(16 : 200)\cdot 100\% = \frac{16}{200} \cdot 100\,\% = \frac{2}{25} \cdot 100\,\% = \frac{200\,\%}{25} = 8\,\%$$

Ответ: 8 % - составляют незрелые арбузы от всех арбузов.

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	Вариант 2
1. Выразите в процентах: 0,8; 2; 0,32; 0,04. 2. Найдите: а) 12% от 300; б) 15% от 6. 3.Сколько процентов числа 50 составляет число 20?	1. Выразите в процентах: 0,4; 7; 0,25; 0,02. 2. Найти: а) 14% от 600; б) 18% от 5 3. Сколько процентов числа 60 составляет число 15?

4. В автобусе дети составляют 40 % всех пассажиров. Сколько детей в автобусе, если в нем 60 пассажиров? 5. Галя прочитала 84 страницы детектива, что составило 28% всех страниц. Сколько страниц в детективе? 6. Бабушка испекла 60 пирожков. Внуки съели 12 пирожков. Сколько процентов пирожков они съели? 7. Сумма трех чисел равна 520. Первое число составляет 24% всей суммы, второе число составляет 20% всей суммы. Найдите третье число.	4. В компоте сливы составляют 30 % всех сухофруктов. Сколько слив в компоте, если в нем 900г сухофруктов? 5. Турист наметил пройти 160 км. В первый день он прошел 21% всего пути. Сколько километров прошел турист? 6. У мамы было 1350 рублей. Она на продукты истратила 540 рублей. Сколько процентов денег она истратила? 7. Сумма трех чисел равна 340. Первое число составляет 15% всей суммы, второе число составляет 45% всей суммы. Найдите третье число.

Практическая работа 3

Тема: *Сложные проценты.*

Цель: Отработать умения и навыки по решению задач на сложные проценты.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Эти термины чаще всего встречаются в банковских делах, в финансовых задачах. Банки привлекают средства (вклады) за определенные процентные ставки. В зависимости от процентной ставки вычисляется доход. На практике применяются два подхода к оценке процентного дохода – простые и сложные проценты.

При применении сложных процентов накопленная сумма процентов добавляется во вклад по окончании очередного периода начислений. При этом каждый раз ее изменение составляет определенное число процентов от значения, которое эта величина имела на предыдущем этапе. В этом случае имеем дело со “***сложными процентами***” (т.е. используются начисления “процентов на проценты”)

Первоначальная сумма и полученные проценты в совокупности называются накопленной (наращенной) суммой.Так, если банковская ставка равна 10%, а первоначальная сумма 100 руб., то накопленная сумма за пять лет при применении простых и сложных процентов будет иметь вид:

Таблица 1. Накопленная сумма с использованием простых и сложных процентов.

	На начало	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Простые проценты	100	110	120	130	140	150
Сложные проценты	100	110	121	133	146	161

Формулы простых и сложных процентов.

Пусть некоторая величина А увеличивается n раз (n год) и каждый раз на р%.

Вводим обозначения: A_0 – первоначальное значение величины А;

***р** – постоянное количество процентов;*

***а** процентная ставка; а=р/100 = 0,01*р*

$\boldsymbol{A_n}$ – накопленная сумма за n раз (к концу n-го года) - по формуле простых процентов;

$\boldsymbol{S_n}$ - накопленная сумма за n раз (к концу n-го года) - по формуле сложных процентов.

Тогда ее значение A_1 для простых процентов после первого увеличения (к концу первого года) вычисляется по формуле: $A_1 = A_0 + A_0 * (0{,}01p) = A_0 (1 + (0{,}01p) = A_0 (1 + p)$

В конце второго этапа $A_2 = A_1 + A_0 * (0{,}01p) = A_0 (1 + a) + A_0 * a = A_0 (1 + 2a)$.

В конце третьего этапа $A_3 = A_2 + A_0 * (0{,}01p) = A_0 (1 + 2a) + A_0 * a = A_0 (1 + 3a)$.

Тогда для простых процентов сумма по годам равна:

$$\mathbf{A_n = A_0 (1 + 0.01p*n)} \text{ или } \mathbf{A_n = A_0 (1 + ?* n)} \ (1)$$

Для сложных процентов это выглядит иначе:

Пусть некоторая величина S_0 увеличивается n раз (n год) и каждый раз на р%.

Тогда ее значение $\mathbf{S_1}$ для сложных процентов после первого увеличения (к концу первого года) вычисляется по формуле:

$$S_1 = S_0 + S_0 (0{,}01p) = S_0 * (1 + 0{,}01p) = S_0 * (1 + ?).$$

В конце второго этапа $S_2 = S_1 + S_1 (0{,}01p) = S_1 * (1 + 0{,}01p) = S_0 (1 + ????p)^2 = S_0 (1 + ?)^2$.

В конце третьего этапа $S_3 = S_2 + S_2 (0{,}01p) = S_2 * (1 + 0{,}01p) = S_0(1 + 0{,}01p)^2*(1 + 0{,}01p) = S_0(1 + 0{,}01p)^3 = S_0 (1 + a)^3$.

Тогда для сложных процентов сумма по годам равна:

$$\mathbf{S_n = S_0 (1 + 0{,}01p)^n \text{ или } S_n = S_0 (1 + a)^n} \ (2)$$

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Ирина и Олег решили положить 200 тыс. руб., полученные в качестве свадебного подарка, на депозит на два года под сложные проценты по ставке 6% годовых. Какая сумма будет доступна молодой паре в конце двухлетнего периода, а какая в случае снятия денег со счета спустя полгода (округление до целых)? 2. Банк «Z» предлагает клиентам положить 3 000 долл. на 6 лет с учетом полученных сложных процентов в размере 1 200 долл. В то же время, банк «S» предлагает аналогичный вариант, только в отличие от банка «Z» - «S» используют	1. Во время обучения в университете Андрей подрабатывал курьером, но мечтал стать программистом и заниматься разработкой приложений. Для осуществления своей мечты Андрею не хватало ноутбука с необходимыми для разработок и обучения мощностями. У молодого человека были некоторые накопления, но он все же решил обратиться к кредиту на сумму 70 тыс. руб. на 2 года по сложной ставке 18% годовых. В то же время, Андрей понимал, что переплатит довольно большую сумму. Рассчитайте, на сколько

простой процент. Определите величину процентной ставки в обоих случаях (округление до десятых). 3. Катя с Антоном управляют совместным бизнесом и часто ездят в командировки, именно поэтому не видят необходимости в покупке собственного жилья. Однако, на горизонте пяти лет молодая пара планирует автоматизировать большую часть бизнес-процессов, что позволит семье жить в одном городе и купить собственное жилье. Рассчитайте, какую сумму Кате с Антоном необходимо сейчас положить на депозит, чтобы в запланированное время иметь 10 млн. руб., если ставка процента составляет 4,25% (округление до целых)? 4. Дмитрий Александрович после продажи некоторой недвижимости решил инвестировать сумму 13 900 долл. по двум разным схемам A и B, по простой процентной ставке 14% годовых и 11% годовых соответственно. Если общая сумма простых процентов, полученных за 2 года, составляет 3 508 долл., то какую сумму инвестировал Дмитрий Александрович в схему B?	больше рублей Андрей выплатит банку к концу срока в случае поквартального начисления процентов (округление до целых)? 2. После успешной командировки, которая привела к выгодной сделке для компании, Алина получила 5 тыс. долл. в качестве премии. Деньги девушка положила на сберегательный счет под простые 7% годовых в течение одного года. Затем Алина сняла деньги с учетом начисленных процентов и положила на один год на другой счет под простые 8% годовых. Какую сумму в итоге сможет снять Алина по истечении двух лет? 3. Олеся давно мечтала слетать в тур по Европе, и для осуществления своей мечты девушка взяла кредит на сумму 1 200 долл. под простой процент на столько же лет, сколько и процентная ставка. В конце срока Олеся выплатила 432 долл. в виде процентов. Определите, чему равнялась процентная ставка? 4. У Кати есть свободная сумма 10 000 долл., которую она планирует через некоторое время вложить в собственный бизнес. Рассчитайте, какое время потребуется для того, чтобы сумма, вложенная Катей под простые 4,5%, принесла 1 350 долл. в виде процентов?

Практическая работа 4

Тема: *Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства.*

Цель: отработать навыки решения уравнений, неравенств и их систем.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Решите уравнение:	
а) $x^2 - x - 20 = 0$; б) $3x - (2x - 7) = 3(1 + x)$.	а) $x^2 - x - 20 = 0$; б) $3x - (2x - 7) = 3(1 + x)$.
Задание 2. Решите систему уравнений:	
а) $\begin{cases} 2x + 5y = -8, \\ 2x + 3y = -4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -3x + 7y = 29, \\ 6x + 5y = 13. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 2x + 5y = -8, \\ 2x + 3y = -4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -3x + 7y = 29, \\ 6x + 5y = 13. \end{cases}$
Задание 3. Решите неравенство:	

а) $4(1+x) \leq x-2$; б) $\frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}$.	а) $4(1+x) \leq x-2$; б) $\frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}$.
Задание 4. Решите систему неравенств:	
$\begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0. \end{cases}$

Практическая работа 5

Тема: *Решение иррациональных уравнений и неравенств.*

Цель: отработать навыки решения иррациональных уравнений и неравенств

Порядок выполнения работы:

1. Изучить условие заданий для практической работы
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Определение: Иррациональные уравнения – это уравнения, которые содержат переменную под знаком корня (радикала).

Они решаются с помощью перехода к рациональным уравнениям и или их системам. Главный способ избавиться от корня и получить рациональное уравнение – это возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень (иногда несколько раз)

Чаще всего используется метод *возведения обеих частей уравнения в степень*: $f(x) = g(x) \Longrightarrow f^{n}(x) = g^{n}(x)$.

При возведении в четную степень возможно появления *посторонних корней*, поэтому обязательно нужно выполнять проверку, подставляя полученные корни в исходное уравнение. проверка чаще упрощается, если найти ОДЗ уравнения (посторонними будут корни, не принадлежащие ОДЗ).

Так же могут использоваться такой метод, как *введение новой переменной* (чаще всего новая переменная заменяет корень с наибольшим показателем)

Алгоритмы решения иррациональных уравнений

<u>Возведение в степень, равную показателю корня.</u> 1. Уединим радикал. 2. Возведем обе части в степень 3. Выполняем равносильные преобразования. 4. Решаем полученное уравнение. 5. Проверка: а) подстановкой или б)	<u>Введение новой переменной.</u> 1. Вводим новую переменную. 2. Решаем полученное уравнение. 3. Произведем замену переменной, найдем неизвестное число. 4. Проверка.

нахождением области определения.

Методы решения иррациональных уравнений

1._Простейшее иррациональное уравнение_ - это уравнение вида $\boxed{\sqrt{A(x)} = B(x) \text{ или } \sqrt{A(x)} = \mathrm{C}}$, где A(x) и B(x) - это выражения, зависящие от переменной x, C - постоянное число.

$$\boxed{\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{A(x)} = \mathrm{B}^2(\mathrm{x}) \\ \mathrm{B(x)} \geq 0 \end{cases}} \qquad (1)$$

Замечание: Неравенство $\mathrm{B(x)} \geq 0$ в этой системе выражает условие, при котором уравнение можно возводить в квадрат, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки

2. Если иррациональное уравнение имеет вид, $\boxed{\sqrt{A(x)} \pm \sqrt{B(x)} = \mathrm{C}}$, необходимо двукратно возводить в квадрат.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Решите иррациональное уравнение.	
1) $\sqrt{2x-1} = 3$; 2) $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$; 3) $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3}$ 4) $\sqrt[3]{\mathrm{x}-7} = \sqrt[3]{3\mathrm{x}-4}$; 5) $\sqrt{x+3} = 9-x$; 6) $\sqrt{\mathrm{x}-3} = \sqrt{2-\mathrm{x}} + 2$; 7) $\sqrt{\frac{2\mathrm{x}+1}{\mathrm{x}-1}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\mathrm{x}-1}{2\mathrm{x}+1}} = 1$.	1) $\sqrt{x-2} = 5$; 2) $\sqrt{\frac{1}{1-5x}} = \frac{1}{6}$; 3) $\sqrt{x+9} = \sqrt{3x-3}$; 4) $\sqrt[3]{4\mathrm{x}-7} = \sqrt[3]{\mathrm{x}-3}$; 5) $6-x = \sqrt{2x+3}$; 6) $4+\sqrt{3-\mathrm{x}} = \sqrt{4-\mathrm{x}}$; 7) $\sqrt{\frac{3-\mathrm{x}}{2+\mathrm{x}}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{2+\mathrm{x}}{3-\mathrm{x}}} = 4$.
Задание 2. Решите неравенство:	
1) $\sqrt{x-4} \geq \sqrt{5-2x}$ 2) $\sqrt{5x-9} < 4$ 3) $\sqrt{x^2-5x+6} < 4+x$ 4) $\sqrt{x+3} \geq x+1$	1. $\sqrt{x+4} \leq \sqrt{2x-1}$ 2. $\sqrt{6x-11} < 7$ 3. $\sqrt{x^2-6x+8} \leq 5+x$ 4. $\sqrt{x-1} > x-3$

Практическая работа 6

Тема: *Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей.*

Цель: сформировать умение применять свойства и теоремы к решению задач по изучаемой теме.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

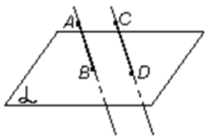
Краткие теоретические сведения

Определение. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$a \parallel b$ (прямая *a* параллельна прямой *b*)

Теорема о параллельных прямых. Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

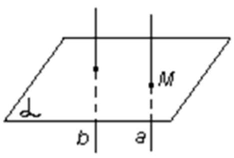
Определение. Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.



отрезок CD || отрезку AB

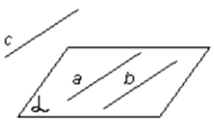
Свойства параллельных прямых:

Свойство 1. Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



$$\left.\begin{array}{l} a\cap\alpha = M \\ b\parallel a \end{array}\right| \Rightarrow b\cap\alpha$$

Свойство 2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

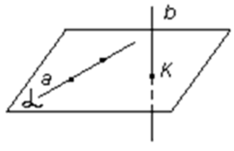


$$\left.\begin{array}{l} a\parallel c \\ b\parallel c \end{array}\right| \Rightarrow a\parallel b$$

Определение. Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

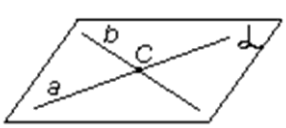
Признак скрещивающихся прямых:

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

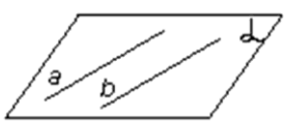


Выводы:

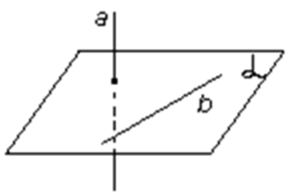
Случаи взаимного расположения прямых в пространстве.



1)



2)

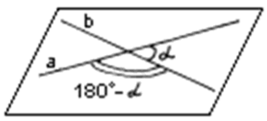


3)

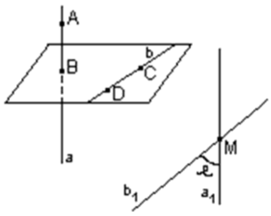
1) Пересекающиеся прямые (лежат в одной плоскости).
2) Параллельные прямые (лежат в одной плоскости).

3) Скрещивающиеся прямые (не лежат в одной плоскости).

<u>Угол между прямыми.</u>



Если α меньший из всех образованных углов, то угол (a; b) = α



и b - скрещивающиеся прямые.
M - произвольная точка пространства, через которую проведём прямые $a_1||a$ и $b_1||b$ Если угол (a_1 ; b_1) =γ, то угол (a ;b) =γ

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Что такое стереометрия.
2. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
3. Дана плоскость β и прямые *a. в* и *c.* Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости β. Назовите эту прямую, если прямая *a* параллельна прямой *c,* прямые *в* и с пересекаются, а прямая *с* лежит в плоскости β. Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через точки А, В и середину М отрезка АВ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 соответственно. Найти длину отрезка MM_1, если AA_1=13м, BB_1=7м, причём отрезок АВ не пересекает плоскость α.
5. Через конец А отрезка АВ проведена плоскость. Через конец В и точку С этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1. Найдите длину отрезка BB_1, если CC_1=21 см, АС : ВС = 3 : 4.

Вариант 2

1. Назовите основные фигуры в пространстве.
2. Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?
3. Дана плоскость β и прямые *a, в* и *c.* Известно, что одна из данных прямых параллельна плоскости β. Назовите эту прямую, если прямая *в* параллельна прямой *c,* прямые *а* и *в* пересекаются, а прямая *с* лежит в плоскости β. Сделайте рисунок и прокомментируйте его с помощью математических знаков.
4. Через точки А, В и середину М отрезка АВ проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 соответственно. Найти длину отрезка MM_1, если AA_1=3м, BB_1=17м, причём отрезок АВ не пересекает плоскость α.
5. Через конец А отрезка АВ проведена плоскость. Через конец В и точку С этого отрезка проведены параллельные прямые B_1 и C_1. Найдите длину отрезка BB_1, если CC_1=26 см, АВ : АС = 15 : 13.

Практическая работа 7

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости, параллельность двух прямых, перпендикулярных плоскости, перпендикулярность плоскостей.

Цель: сформировать умение применять свойства и теоремы к решению задач по изучаемой теме.

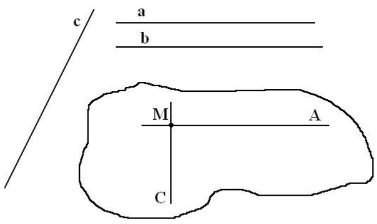
Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Определение: Две прямые в пространстве могут пересекаться. (Привести примеры перпендикулярных прямых, используя окружающую обстановку).

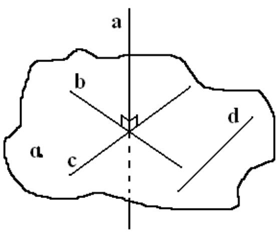
Лемма: Если одна из двух прямых перпендикулярна к третьей прямой, то другая прямая перпендикулярна к этой прямой.



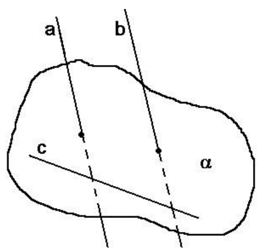
Определение: Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Прямая, перпендикулярная к плоскости пересекает эту плоскость.

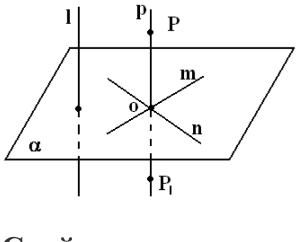
$a \perp \alpha \Rightarrow a \perp b$, $a \perp c$, $a \perp d$.



Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая также перпендикулярна к этой плоскости.



Теорема: Если прямая, не лежащая в плоскости перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то прямая и плоскость перпендикулярны.

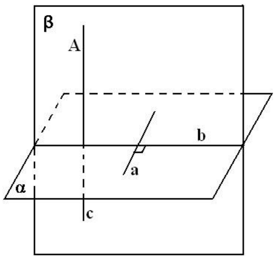


Свойства перпендикулярных прямой и плоскости:

1. Через любую точку пространства проходит плоскость, перпендикулярная к данной прямой.
2. Если две плоскости α и β перпендикулярны к прямой а, то они параллельны.

3. Если одна из двух параллельных плоскостей перпендикулярна к прямой, то и другая плоскость перпендикулярна к этой прямой.

Теорема: Через любую точку пространства не принадлежащую плоскости проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.



Задания для самостоятельного решения.

1 вариант

1.В равнобедренном треугольнике ABC основание BC=12 м, боковая сторона 10 м. Из вершины A проведен отрезок AD, равный 6 м и перпендикулярный плоскости треугольника ABC. Найдите расстояние от точки D до стороны BC.

2. Отрезок AB не пересекает плоскость α. Через точки A и B проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие ее в точках A_1 и B_1 соответственно. Найдите AB, если A_1B_1=12 см, AA_1=6 см, BB_1=11 см.

3.Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB, если AC = 6 м, BD = 7 м, CD = 6 м.

4.В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 3 и 6 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол 60^o.

2 вариант

1.В треугольнике ABC угол B прямой и катет BC = a. Из вершины A проведен отрезок AD, перпендикулярный плоскости треугольника, так, что расстояние между точками D и C равно k. Найдите расстояние от точки D до катета BC.

2.Из точки S к плоскости α проведены перпендикуляр SO и наклонные SA и SB. Найдите OB, если SB=17 см, OB=15см, SA=10 см.

3.Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB, если AC = 3 м, BD = 4 м, CD = 12 м.

4.В прямоугольном параллелепипеде AD = 3, DC = 4, CC_1 = k. Через ребро C_1C и середину AD проведена плоскость сечения. Найдите площадь сечения параллелепипеда.

Практическая работа 8

Тема: Преобразование простейших тригонометрических выражений.

Цель: сформировать умение применять формулы к решению задач по изучаемой теме.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

1. Основные тригонометрические тождества:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\quad$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ $\quad$ $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$

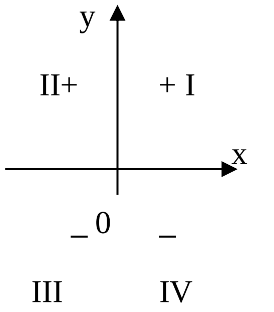
$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$ $\quad$ $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 / \sin^2 \alpha$

2. Формулы приведения

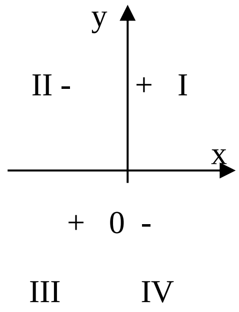
Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2} \pm \alpha,\ \pi \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha,\ 2\pi \pm \alpha,$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения.

Правило:

1. Определите знак функции в соответствующей четверти.



знаки синуса



знаки тангенса

2. Запомните следующее:

при 90^0 и 270^0 *функция изменяется на кофункцию*

при 180^0 и 360^0 *функция на кофункцию не изменяется*

Что означает понятие — функция изменяется на кофункцию?

Ответ: синус меняется на косинус или наоборот, тангенс на котангенс или наоборот.

Задания для самостоятельного решения

№	**Вариант 1**	**Вариант 2**
1	Вычислить значение выражения 12· cos α -4,5 . если sin α= $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	Вычислить значение выражения 3,5· sin α-1,5 , если cos α = $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2	Вычислить значение выражения $3\cos^2\alpha - 6 + 3\sin^2\alpha$ при cos α=-0.3.	Вычислить значение выражения $5\sin^2\alpha + 0{,}61 + 5\cos^2\alpha$ при sin α= -0.4.
3	Вычислить значение выражения $2\cos^2\alpha + 1$ при tg α= $\frac{1}{3}$.	Вычислить значение выражения $26\cos^2\alpha - 1$ при tg α= $\frac{1}{5}$.
4	.Упростите: $\cos^2\alpha \cdot tg^2\alpha : (1 - \cos^2\alpha)$.	Упростите: $\sin^2\alpha \cdot ctg^2\alpha : (1 - \sin^2\alpha)$
5	Упростите: $\frac{\cos t - 1}{\sin t} \cdot \frac{\cos t + 1}{\sin t}$.	Упростите: $\frac{\sin t - 1}{\cos t} \cdot \frac{\sin t + 1}{\cos t}$.
6	**Вычислить с помощью формул приведения (1—2).** **1.** $\boxed{2}$ $\cos 315° + \sin 210° + tg\, 420°$. **2.** $\boxed{3}$ $\sin\frac{13\pi}{6} - \cos\frac{11\pi}{6} + ctg\frac{11\pi}{4}$. **3.** $\boxed{4}$ **Определить знак числового выражения** $\frac{\sin 100° \cos 200° \, tg\, 300°}{\sin 1}$.	**Вычислить с помощью формул приведения (1—2).** **1.** $\boxed{2}$ $\sin 225° + \cos 330° + ctg\, 510°$. **2.** $\boxed{3}$ $\sin\frac{17\pi}{6} + \cos\frac{14\pi}{3} - tg\frac{13\pi}{4}$. **3.** $\boxed{4}$ **Определить знак числового выражения** $\frac{\sin 300° \, tg\, 200° \cos 100°}{\cos 2}$.
7	Упростите выражение. $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)(1 + tg^2(\alpha - \pi))$ при $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.	$\frac{\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\alpha - \pi) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$ при $\alpha = \frac{5\pi}{4}$.

Практическая работа №9

Тема: Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций.
Преобразование графиков тригонометрических функций.

Цель работы: распространить умение преобразований графиков на тригонометрические функции.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

1. Для построения графика функции *y=f(x)+a*, где a - постоянное число, надо перенести график *y=f(x)* вдоль оси ординат. Если a>0, то график переносим параллельно самому себе вверх, если a < 0, то – вниз.
2. Для построения графика функции *y=kf(x)* надо растянуть график функции *y=f(x)* в *k* раз вдоль оси ординат. Если |*k*|>*1*, то происходит растяжение графика вдоль оси *OY*, если *0*<|*k*|<*1*, то – сжатие.
3. График функции *y=f(x+b)* получается из графика *y=f(x)* путем параллельного переноса вдоль оси абсцисс. Если b>0 , то график перемещается влево, если b<0, то – вправо.
4. Для построения графика функции *y=f(kx)* надо растянуть график *y=f(x)* вдоль оси абсцисс. Если |*k*|>*1*, то происходит сжатие графика вдоль оси *OX*, если 0<|k|<1 , то – растяжение.

Примеры преобразования графиков функций:

1. $y=\sin\frac{x}{3}$

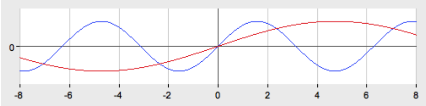


График функции $y=\sin\frac{x}{3}$ получается из графика $y=\sin x$ путем растяжения вдоль оси *Ox* в 3 раза.

2. $y=2\cos x$

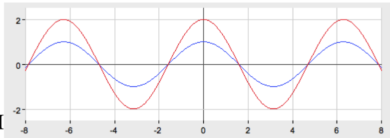


График функции получается из графика $y=\cos x$ путем растяжения вдоль оси *Oy* в 2 раза.

3. $y=tgx+2$

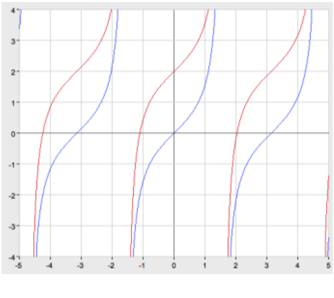


График функции $y=tgx+2$ получается из графика $y=tgx$ путем параллельного переноса на 2 единицы вверх вдоль оси *Oy*.

4. $y=\cos\left(x+\frac{П}{2}\right)$

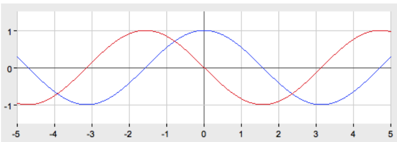
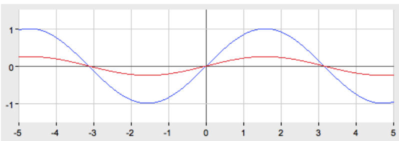


График функции получается из графика $y=\cos\left(x+\frac{П}{2}\right)$ путем параллельного переноса вдоль оси абсцисс на $\frac{П}{2}$ единиц влево.



5. $y=\frac{1}{4}\sin x$

График функции $y = \frac{1}{4} \sin x$ получается из графика $y = \sin x$ путем сжатия вдоль оси *Oy* в 4 раза.

Задания для самостоятельной работы:

Постройте графики функций:

Вариант 1	**Вариант 2**	**Вариант 3**	**Вариант 4**
y= -sin x y= cosx +1 y= 2sinx y=cos(0,5x)	y= - cosx y= sinx -1 y=2cosx y= - sin2x	y= -tgx y= cosx -1 y=0,5sinx y=cos2x	y= -sinx y= sinx+1 y=0,5cosx y=sin3x

Практическая работа 10

Тема: Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах.

Цель: Использование свойств и графиков тригонометрических функций в прикладных задачах.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Колебания и волны.

В технике и окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с **периодическими** процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени.

Такие процессы называют **колебательными**. **Колебаниями** называют изменения физической величины, происходящие по определенному закону во времени. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения.

Простейшим видом колебательного процесса являются колебания, происходящие по закону синуса или косинуса, называемые **гармоническими колебаниями**. Уравнение описывающее физические системы способные совершать гармонические колебания с циклической частотой ω_0 задаётся следующим образом:

$$a + \omega_0^2 x = 0$$

Решение предыдущего уравнения является **уравнением движения для гармонических колебаний**, которое имеет вид:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

где: x – смещение тела от положение равновесия, A – амплитуда колебаний, то есть максимальное смещение от положения равновесия, ω – циклическая или круговая частота колебаний ($\omega = 2\Pi/T$), t – время. Величина, стоящая под знаком косинуса: $\varphi = \omega t + \varphi_0$, называется **фазой** гармонического процесса. Смысл фазы колебаний: стадия, в которой колебание находится в данный момент времени. При $t = 0$ получаем, что $\varphi = \varphi_0$, поэтому φ_0 называют **начальной фазой** (то есть той стадией, из которой начиналось колебание).

Минимальный интервал времени, через который происходит повторение движения тела, называется **периодом колебаний** T. Если же количество колебаний N, а их время t, то период находится как: $T = \frac{t}{N}$

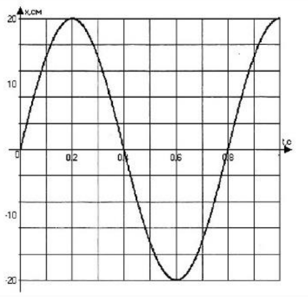
Физическая величина, обратная периоду колебаний, называется **частотой колебаний**:

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$$

Частота колебаний ν показывает, сколько колебаний совершается за 1 с. Единица частоты – Герц (Гц). Частота колебаний связана с циклической частотой ω и периодом колебаний T соотношениями: $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

Задания для самостоятельного решения:

1. На рисунке изображен график зависимости координаты от времени колеблющегося тела.

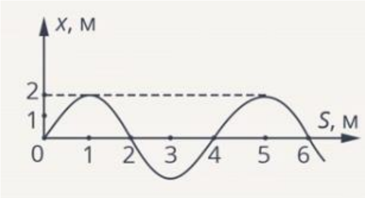


По графику определите**:** 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) частоту колебаний; 4) запишите уравнение координаты.

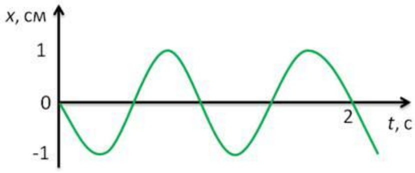
2. **Гармоническое колебание описывается уравнением** $x = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$**. Чему равны циклическая частота колебаний, линейная частота колебаний, начальная фаза колебаний?**

3. Есть мгновенная фотография волны в резиновом шнуре.

Определите: 1) длину волны; 2) амплитуду колебаний частичек шнура.



4. По представленному графику определите амплитуду и период колебаний нитяного маятника.



5. По уравнению гармонических колебаний определить амплитуду, угловую скорость, период и частоту. Начертить график данного гармонического колебания.

1) x =15 sin 3πt
2) x = 8 sin π/3t
3) x = 10 sin πt

6. Материальная точка совершает колебания по закону $x = 4\cos(\omega_0 t + \varphi)$ Какова её начальная фаза, если $x(0) = 2$см.

7. Некоторая точка движется вдоль оси x по закону $x = a\sin^2(\omega t - \pi/4)$. Найти: амплитуду и период колебаний; изобразить график x (t).

8. Напишите уравнение гармонических колебаний, если частота равна 0,5 Гц, амплитуда 80 см. Начальная фаза колебаний равна нулю.

Практическая работа 11

Тема: Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах.

Цель: Использование свойств и графиков тригонометрических функций в прикладных задачах.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

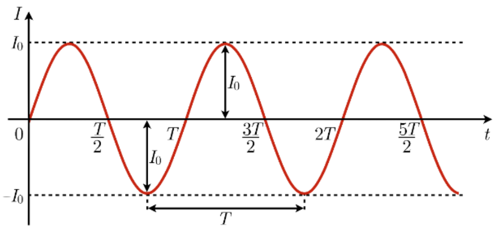
Краткие теоретические сведения

Переменный ток.

Особую роль в электродинамике играет синусоидальный (гармонический) ток, то есть электрический ток, изменяющийся по закону синуса или косинуса:

$i = I(t) = I_0\sin(\omega t + \varphi_0)$, где I_0- амплитуда тока, $\varphi = \varphi(t) = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний, ω – циклическая частота колебаний.

На рисунке приведён пример синусоидального электрического тока $I(t)$, если $\varphi_0 = 0$.

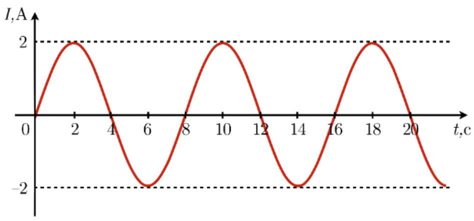


Основные характеристики

1. **Амплитуда колебаний** I_0 силы тока - максимальное отклонение силы тока от своего среднего значения. Размерность амплитуды колебаний той или иной физической величины совпадает с размерностью этой величины. В системе СИ единица измерения I_0- Ампер, то есть размерность А.
2. **Циклическая частота колебаний** ω силы тока количество полных колебаний силы тока за 5 секунд. В системе СИ единица измерения радиан в секунду, то есть размерность рад/с. Поскольку радиан безразмерная величина, то размерность циклической частоты можно представить в виде с$^{-1}$.
3. **Период колебаний** Т силы тока время одного полного колебания силы тока. В системе СИ единица измерения секунда, то есть размерность с. За время, равное периоду колебаний, повторяется не только величина тока, но и его направление. Он зависит от циклической частоты и определяется формулой: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Задания для самостоятельного решения:

1. На рисунке представлен график изменения силы тока I, протекающего через проводник, с течением времени t. Определить период колебаний силы тока. Чему равна амплитуда колебаний силы тока?



2. Построить графики изменения напряжений и токов для одного периода, если частота изменения напряжения для любого случая $f = 100$Гц , для токов $f = 50$ Гц : $u = 120\sin\omega t\ B; i = 2{,}2\sin\omega t\ A$ ($\omega = 2\pi f$).

3. В электрической цепи переменного тока проходит ток $i = I_m\sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$А. Мгновенное значение его в момент времени $t = {}^{T}/_{4}$ $i = 1{,}6A$. Определить амплитудное и действующее значение тока, частоту и угловую частоту. Построить график изменения тока во времени, если период $T = 0{,}025\ c$.

4. Построить кривые изменения силы тока и напряжения, если их аналитические выражения имеют вид $u = 200\sin\omega t\ B,\ \ i = 6\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Ток в цепи меняется по гармоническому закону $i = I_m \cdot \sin wt$. Мгновенное значение силы тока i для фазы $\varphi = wt = \frac{\pi}{6}$ равно 6А. Определите амплитудное и действующее значение силы тока.

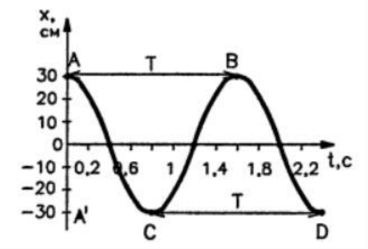
Решение.

Из гармонического закона $i = I_m \cdot \sin wt$ изменения силы переменного тока выразим его амплитудное значение $I_m = \frac{i}{\sin wt} = \frac{6}{\sin\frac{\pi}{6}}$ =12А.

Действующее значение силы тока $I_д = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 8{,}5\ A$.

Задания для самостоятельного решения

1. Пользуясь графиком изменения координаты колеблющегося тела от времени, определить амплитуду, период и частоту колебаний. Записать уравнение зависимости x(t) и найти координату тела через 0,1 и 0,2 с после начала отсчета времени.



2. Напишите уравнение гармонического колебания, амплитуда которого 10 см, период колебаний 0,5 с.
3. Через проводник протекает переменный электрический ток. Сила тока I изменяется со временем t по закону $i = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$. Определить амплитуду колебаний силы тока. Чему равен период колебаний силы тока?
4. По уравнению гармонических колебаний определить амплитуду, угловую скорость, период и частоту. Начертить график данного гармонического колебания.

1). x = 5 sin 2πt

2). x = 4 sin π/2t

Практическая работа 12

Тема: Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей.

Цель: сформировать умение применять правила действий над векторами к решению задач по изучаемой теме.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме. Сделать краткие записи в тетради.
2. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

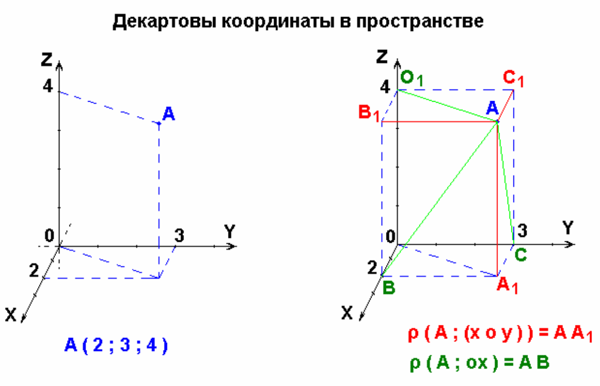
Краткие теоретические действия

Декартовы координаты в пространстве

Прямые *x, y, z* называются *координатными осями* (или осями координат), точка их пересечения *O* – началом координат, а плоскости *xOy, xOz* и *yOz* – *координатными плоскостями.*

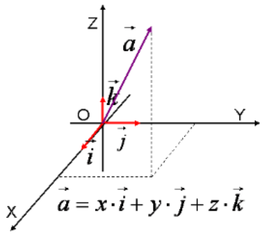
Точка *O* разбивает каждую координатную ось на две полупрямые, которые называются *положительной и отрицательной полуосями.*

Координатой *точки A* по оси x будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка *OAx*: положительное, если точка *A* лежит на положительной полуоси *x*, и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси.



Аналогично можно определить координаты y и z точки *A*. Координаты точки *A* записываются в скобках рядом с названием этой точки: *A* (*x; y; z*).

Единичным вектором или ортом называется вектор, длина которого равна единице и который направлен вдоль какой-либо координатной оси.



- Единичный вектор, направленный вдоль оси x, обозначается $\vec{\imath}$.
- Единичный вектор, направленный вдоль оси y, обозначается $\vec{\jmath}$..
- Единичный вектор, направленный вдоль оси z, обозначается $\vec{k}$.

Вектора$\vec{\imath}$, j, $\vec{k}$ называются *координатными векторами*.

- Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам: $\vec{a} = x\,\vec{\imath} + \ y\vec{\jmath} + \ z\vec{k}$.
- Коэффициенты разложения определяются единственным образом и называются координатами вектора $\vec{a}$ в данной системе координат.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Для данного вектора $\vec{m}$ постройте векторы: а) - $\vec{m}$; б) 2$\vec{m}$; в) $\frac{1}{3}\vec{m}$.

2. Сколько векторов задают всевозможные пары точек, составленные из вершин правильной четырехугольной пирамиды?

3. Изобразите правильный тетраэдр *ABCD* и нарисуйте вектор:
а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$; б) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA}$; в) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

4. Дан параллелепипед $A...D_1$. Найдите сумму векторов:
а) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$; б) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1D_1} - \overrightarrow{BD}$; в) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{A_1C_1}$.

Вариант 2

1. Для данного вектора $\vec{n}$ постройте векторы: а) 3$\vec{n}$; б) -$\vec{n}$; в) $\frac{1}{5}\vec{n}$.

2. Сколько векторов задают всевозможные пары точек, составленные из вершин треугольной пирамиды?

3. Изобразите правильный тетраэдр *ABCD* и нарисуйте вектор:
а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$; б) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$; в) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{\frac{1}{2}AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA}$.

4. Дан параллелепипед $A...D_1$. Найдите сумму векторов:
а) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{\mathrm{BC}}$; б) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{B_1B} - \overrightarrow{B_1A_1}$; в) $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{C_1A_1}$.

Практическая работа 13

Тема: *Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов.*

Цель: сформировать умение решать задачи с векторами, заданными своими координатами.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме. Сделать краткие записи в тетради.
2. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

Краткие теоретические сведения

При решении задач в координатах применяют правила:

1. Если в ПДСК задан вектор $\vec{a}\{x, y, z\}$, то его можно разложить по координатным векторам $\vec{a} = \ \mathrm{x}\ \cdot \vec{\imath} + \mathrm{y}\cdot\ \vec{\jmath} + \mathrm{z}\cdot \vec{k}$ где $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}, \vec{k}$- координатные векторы.

Пусть даны векторы $\vec{a}\{x_1, y_1, z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2, y_2, z_2\}$

2. Если $\vec{a}=\vec{b}$, то $x_1=x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = z_2$.

3. $\vec{a}+\vec{b}=\{x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2\}$

4. $\vec{a}-\vec{b}=\{x_1-x_2, y_1-y_2, z_1-z_2\}$

5. $k\cdot\vec{a}\{k\cdot x_1, k\cdot y_1, k\cdot z_1\}$

6. Пусть даны точки $A(x_1;y_1;z_1)$ и $B(x_2;y_2;z_2)$.

Координаты точки $M(x,y,z)$, лежащей на отрезке AB и делящей его в данном отношении: $\frac{AM}{MB}=\lambda$

вычисляются по формулам: $x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$, $y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$, $z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$,

В частности, при $\lambda= 1$получаются формулы для *координат середины отрезка*: $x=\frac{x_1+x_2}{2}$, $y=\frac{y_1+y_2}{2}$, $z=\frac{z_1+z_2}{2}$,

7. *Вычисление длины вектора по его координатам*:

$\vec{a}\{x,y,z\}$ $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

8. *Расстояние между двумя точками* -это длина вектора, построенного на этом отрезке

$M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ $\left|\overrightarrow{M_1M_2}\right|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

9. *Скалярное произведение векторов* - это скалярная величина, равная произведению модулей этих векторов умноженного на косинус угла между ними: $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\cos\left(\angle\vec{a};\ \vec{b}\right)$

Если векторы заданы своими координатами $\vec{a}\{x_1,y_1,z_1\}$, $\vec{b}\{x_2,y_2,z_2\}$, то скалярное произведение вычисляется по формуле:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$$

Для решения задач нам также потребуются *свойства скалярного произведения.*
Для произвольных векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ и любого числа k справедливы следующие свойства:
1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ – переместительный или *коммутативный* закон скалярного произведения.
2) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$ – – распределительный или *дистрибутивный* закон скалярного произведения. Попросту, можно раскрывать скобки.
3) $k\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=(\mathrm{k}\vec{a})\cdot\vec{b}=$ – сочетательный или *ассоциативный* закон скалярного произведения. Константу можно вынести из скалярного произведения.
4) Если скалярное произведение двух не нулевых векторов равно нулю, то эти вектора ортогональны: $\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

№1. Дано $\vec{a}\{2;0;-1\}$ и $\vec{b}=5\vec{\imath}+\vec{\jmath}-2\vec{k}$. Найти длину вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.

№2. Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_1$, построенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если: $\vec{a}\{1;-2;3\}$, $\vec{b}\{3;0;-1\}$, $\vec{c_1}=2\vec{a}+4\vec{b}$, $\vec{c_2} = 3\vec{b}-\vec{a}$.

№3. При каких значениях k и c данные векторы коллинеарные: $\vec{a}\{2; c; 3\}$; $\vec{b}\{3; 2; k\}$?

№4. Даны точки A (5; -3; 2) и B (2; 4; 1). На прямой AB найти точку C делящую AB в отношении 2:1

№5. При каких P векторы $\vec{a} = 7\vec{i} - p\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j} - p\vec{k}$ перпендикулярны.

№6. Вершины ΔABC имеют координаты A(-5;2;-2), B(-4;3;0), C(-5;2;0). Сделайте рисунок и найдите:

а) периметр треугольника. б) угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$. в) координаты точки пересечения медиан треугольника.

Вариант 2

№1. Дано $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{d} = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Найти длину вектора $3\vec{c} + \vec{d}$.

№2. Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_1$, построенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если: $\vec{a}\{-2;4;1\}$, $\vec{b}\{1;-2;7\}$, $\vec{c_1} = 5\vec{a}+3\vec{b}$, $\vec{c_2} = 2\vec{a}-\vec{b}$.

№3. При каких значениях α и β вектор $\vec{m}$ =(5; α; 2) будет коллинеарен вектору $\vec{n} = \beta\vec{i} - \overrightarrow{6j}+\overrightarrow{4k}$?

№4. Даны точки M_1 (2; 4; -2) и M_2 (-2; 4; 2) На прямой M_1M_2 найти точку M, делящую M_1M_2 в отношении 1:3

№5 При каких P векторы $\vec{a} = P\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}..\vec{b} = 3\vec{j} + 8\vec{j} - P\overrightarrow{k}$ перпендикулярны.

№6. Вершины ΔABC имеют координаты A(-1,2,3), B(1,0,4), C(3,-2,1). Сделайте рисунок и найдите:

а) периметр треугольника. б) угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$. в) координаты точки пересечения медиан треугольника.

Практическая работа 14

Тема: Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей.
Цель: Обобщить и систематизировать знания по изучаемой теме.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме и примеры решения задач.
2. Изучить условие заданий практической работы. Оформить отчет о работе.

Краткие теоретические сведения

Уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ и $f(x)=g(x)$ равносильны для любого числа a>0, $a \neq 1$.

Методы решения показательных уравнений

1. Простейшие показательные уравнения

Пример 1. Решите уравнение: 34x-5 = 3x+4 .

Решение. 34x-5 = 3x+4; 4x -5 = x+4; 3x=9; x = 3 .

Ответ:3

2. Методы преобразования показательных уравнений к простейшим.

А. Метод уравнивания оснований.

Пример 2. Решите уравнение: $27 \cdot 3^{4x-9} - 9^{x+1} = 0$.

Решение. $27 \cdot 3^{4x-9} - 9^{x+1} = 0$

$3^3 \cdot 3^{4x-9} - (3^2)^{x+1} = 0$; $3^{3+(4x-9)} - 3^{2(x+1)} = 0$; $3^{4x-6} - 3^{2x+2} = 0$;

$3^{4x-6} = 3^{2x+2}$; 4x-6=2x+2; 2x = 8; x=4.

Ответ: 4.

Пример 3. Решите уравнение: $2^{2x} \cdot 3^{3x} \cdot 5^x - 60^{4x-15} = 0$.

Решение. $(2^2)^x \cdot 3^x \cdot 5^x - 60^{4x-15} = 0$; $(2^2)^x \cdot 3^x \cdot 5^x = 60^{4x-15}$;

$4^x \cdot 3^x \cdot 5_x = 60^{4x-15}$; $(4 \cdot 3 \cdot 5)^x = 60^{4x-15}$; $60^x = 60^{4x-15}$;

x=4x-15; 3x=15; x=5. Ответ: 5.

В. Уравнения, решаемые разложением на множители.

Пример 4. Решите уравнение: $x \cdot 2^x = 2 \cdot 2^x + 8x - 16$.

Решение. $x \cdot 2^x = 2 \cdot 2^x + 8x - 16$, $2^x - 2 \cdot 2^x = 8 \cdot (x-2)$, $2^x \cdot (x-2) - 8 \cdot (x-2) = 0$

$(x-2) \cdot (2^x - 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ 2^x-8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2^x=8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2^x=2^3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ответ: $\{2; 3\}$

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	Вариант 2
1) $9^x = 3^{2\sqrt{2}}$	1) $7^{x\sqrt{3}} = \sqrt{7}$
2) $2^{2x+1} = 32$	2) $2^{2+x} = 4$
3) $3 \cdot 9^x = 81$	3) $2 \cdot 4^x = 64$
4) $2^{x+2} + 2^x = 5$	4) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$
5) $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$	5) $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x = 4$

Практическая работа 15

Тема: Решение показательных уравнений методом введения новой переменной.

Цель: отработать умения и навыки по решению показательных уравнений.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения

Определение: Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется *показательным*.

Простейшее показательное уравнение – это уравнение вида $\boxed{a^x = b, \text{где } a > 0, a \neq 1}$

Уравнение $a^x = b$ не имеет корней, если $b<0$.

Решение показательного уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где a>0, a≠1) основано на том, что это уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Уравнение вида $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$, с помощью подстановки $a^x = t$, $(t>0)$ сводится к квадратному уравнению $At^2 + Bt + C = 0$,

.Задания для самостоятельного решения

<table>
<tr><th>Вариант 1</th><th>Вариант 2</th></tr>
<tr><td colspan="2">Задание 1. Решите уравнение методом уравнивания оснований.</td></tr>
<tr><td>А) $7^x=49$; Б) $5^{x-2}=25$;

В) $\left(\frac{16}{9}\right)^x=\left(\frac{3}{4}\right)^5$; Г) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x+7}=5\frac{4}{9}$</td><td>А) $4^x=64$; Б) $9^{x-5}=1$;

В) $\left(\frac{4}{25}\right)^{x+2}=\left(\frac{5}{2}\right)^6$; Г) $\left(\frac{2}{9}\right)^{x+3}=20\frac{1}{4}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задание 2. Решите уравнение методом вынесения общего множителя за скобки.</td></tr>
<tr><td>А) $5^x+3\cdot5^x=500$; Б) $2^{x+3}-2^{x-1}=60\cdot$</td><td>А) $7^{x+1}-5\cdot7^x=98$; Б) $4^{x+2}+4^{x-1}=260\cdot$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задание 3. Решите уравнение методом подстановки</td></tr>
<tr><td>А) $4^x-17\cdot2^x+16=0$;

Б) $3^{2x}-6\cdot3^x-27=0\cdot$</td><td>А) $2\cdot2^{2x}-9\cdot2^x+4=0$;

Б) $3\cdot3^{2x}-4\cdot3^x+1=0\cdot$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задание 4. Найдите сумму корней уравнения:</td></tr>
<tr><td>А) $8^{x^2-2}=64^x$;
Б) $2^{2x}-6\cdot2^x+8=0$</td><td>А) $2^{x^2-x}=64$;
Б) $5^{2x}-6\cdot5^x+5=0$</td></tr>
</table>

Практическая работа 16.

Тема: Решение показательных уравнений функционально- графическим методом.

Цель: отработать умения и навыки по решению показательных уравнений.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения.

Алгоритм:

- левую и правую части уравнения представить в виде функций;

- построить графики обеих функций в одной системе координат;

- найти точки пересечения графиков, если они есть;

- указать абсциссы точек пересечения, это корни уравнения.

Пример 1.

Решить уравнение:

$3^{2x}=10-x$

Строим таблицы значений:

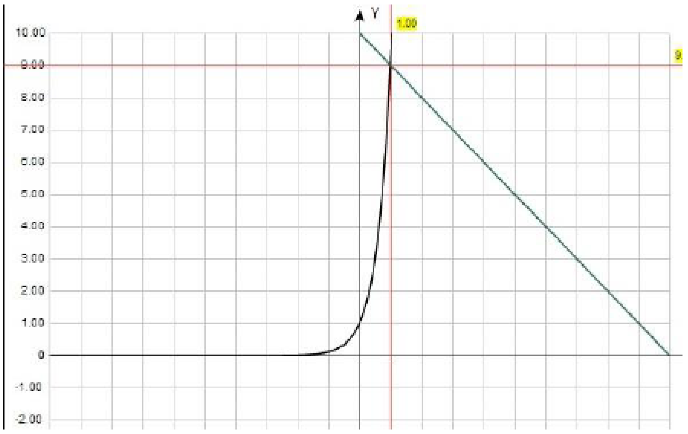
$y=3^{2x}$

x	0	1	-1
y	1	9	$\frac{1}{3}$

$y=10-x$

x	0	10
y	10	0

Построив графики этих функций, найдем абсциссу точки пересечения, она и будет корнем уравнения x=1



Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание. Решите уравнение функционально- графическим методом.	
1. $1+3^{\frac{x}{2}}=2^x$; 2. $5^{x-1}=\frac{1}{2}$	$4^x=5-x$; $3^{-x}=-\frac{3}{x}$

Практическая работа 17.

Тема: Решение показательных уравнений показательных неравенств.

Цель: отработать умения и навыки по решению показательных неравенств.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

Краткие теоретические сведения.

Примеры.

Решить неравенство:

1) $4^{5-2x}<0{,}25$.

$0{,}25=(^{25}/_{100})=(^{1}/_{4})=4^{-1}$;

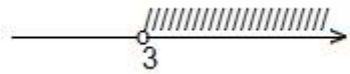
$4^{5-2x}<4^{-1}$;

5-2x<-1;

— 2x<-1-5;

— 2x<-6 |:(-2)

x>3.



Ответ: (3; +∞).

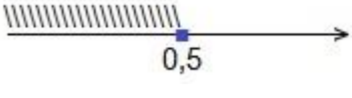
2) $0{,}4^{2x+1}\geq 0{,}16$.

$0{,}4^{2x+1}\geq 0{,}4^2$;

2x+1≤2;

2x≤2-1;

2x≤1 |:2



x≤0,5.

Ответ: (-∞; 0,5].

.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Решите неравенства	
1) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$ *2)* $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$ *3)* $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$ *4)* $4^x \cdot 2^{x^2+1} > 16.$	**1)** $\left(\frac{6}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$ *2)* $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$ *3)* $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$ *4)* $3^{x+2} - 3^x \leq 24.$

Практическая работа 18.

Тема: Применение логарифма.

Цель: Научиться вычислять простые логарифмы, закрепить на практике умения и навыки работы с действиями над логарифмами с применением основного логарифмического тождества.

Порядок выполнения работы:

3. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте понятие логарифма числа.

б) Основное логарифмическое тождество.

4. Изучить условие заданий для практической работы
5. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Определении. Логарифм числа *b(b >0)* по основанию *a (a>0, a≠1)* называется показатель степени *x*, в которую надо возвести *a*, чтобы получить *b*:

$$\boxed{\log_a b = x \iff a^x = b; \quad b > 0, a > 0, a \neq 1}$$

Основное логарифмическое тождество: $\boxed{a^{\log_a b} = b}$

Частные случаи логарифма: 1) $\log_a 1 = 0$; 2) $\log_a a = 1$; 3) $\log_a a^x = x$.

Определение: десятичный логарифм - это логарифм с основанием 10.

Обозначение - $\boxed{\log_{10} b = lg\, b}$

Например*: lg 1 = 0,* так как $10^0 = 1$; *lg 100 = 2,* так как $10^2 = 100$; *lg 0,001 = -3*, так как $10^{-3} = 0,001$.

Определение: натуральный логарифм - это логарифм с основанием e≈2,7, где *e* - это число Эйлера.

Обозначение - $\boxed{\log_e b = ln\, b}$

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Вычислить, используя определение логарифма:	
а) : $\log_3 27$; б) : $\log_9 \frac{1}{81}$; в) : $\log_{\frac{1}{5}} 125$; г) : $lg100$	а) $\log_4 64$; б) : $\log_7 \frac{1}{49}$; в) $\log_{\frac{1}{3}} 81$; г) $lg\ 0{,}001$.
Задание 2. Вычислить значение числа, используя основное логарифмическое тождество:	
а) $8^{\log_8 0{,}5}$ б)$16^{\log_4 81}$ в) $3^{2-\log_3 9}$	а) $6^{\log_6 7}$ б) $27^{\log_3 4}$ в) $4^{3-\log_4 64}$
Задание 3. Вычислите:	
а) $\log_{98} 1$; б) $\log_{12} 12$; в) $\log_9 9^5$; г) $\log_8 2$.	а) $\log_{79} 1$; б) $\log_{71} 71$; в) $\log_{0{,}78} 0{,}78^4$; г) $\log_{64} 4$.
Задание 4. Вычислите:	
а) $\log_{64} \log_9 81$ б) $9^{0{,}5-\log_3 2} - \log_3 \log_2 \sqrt[3]{2} + lg0{,}1$	а) $\log_{27} \log_5 125$ б) $4^{0{,}5-\log_2 5} - \log_3 \log_5 \sqrt[3]{5} + lg10$
Задание 5. Найдите х, используя определение логарифма.	
а) $\log_6 x = 3$; б) $\log_x \frac{1}{7} = -1$	а) $\log_5 x = 4$; б) $\log_x \frac{1}{4} = -2$

Практическая работа 19.

Тема: Применение логарифма.

Цель: закрепление понятие логарифма числа, формирование практических навыков преобразования логарифмических выражений на основе свойств логарифмов.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте понятие логарифма числа.

б) Запишите основное логарифмическое тождество.

в) Перечислите основные свойства логарифма

2. Рассмотрите теоретический материал и примеры, сделайте краткую запись в тетради.
3. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Определении. Логарифм числа *b(b >0)* по основанию *a (a>0, a≠1)* называется показатель степени *x*, в которую надо возвести *a*, чтобы получить *b*:

$$\boxed{\mathbf{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b};\quad b > 0, a > 0, a \neq 1}$$

Название свойства логарифмов	Свойства логарифмов
Логарифм единицы.	$\log_a 1 = 0$, a > 0, a ≠1.
Логарифм основания.	$\log_a a = 1$, a > 0, a ≠1.
Логарифм произведения.	$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$, a > 0, a ≠1, x > 0, y > 0.
Логарифм частного.	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$, a > 0, a ≠1, x > 0, y > 0.
Логарифм степени.	$\log_a x^n = n \log_a x$
	$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$, x > 0, a > 0, a ≠1, n∈R.
	$\log_{a^k} x^n = \frac{n}{k}\log_a x.$
Формула перехода к новому основанию	$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, a > 0, a ≠1, b > 0, b ≠1, x > 0.
	$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}.$

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Вычислить, используя свойства логарифмов:	
а) $\log_{16} 144 - \log_{16} 36$; б) $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$; в) $\log_2 0{,}8 - \log_2 1\frac{1}{8} + \log_2 22{,}5$.	а) $\log_{12} 36 + \log_{12} 4 8$; б) $\log_3 153 - \log_3 17$; в) $\log_3 3{,}6 - \log_3 1{,}4 + \log_3 1\frac{1}{6}$.
Задание 2. Выразить данный логарифм через десятичный и натуральный и вычислить с точность до 0,01:	
а) $\log_2 13$; б) $\log_{2,5} 1{,}8$	а) $\log_4 21$; б) $\log_{3,2} 2{,}3$
Задание 3. Вычислите	
а) $\frac{\log_5 27 - 2\log_5 3}{\log_5 45 + \log_5 0{,}2}$; б) $\frac{\log_3 64}{\log_3 32}$.	а) $\frac{\log_7 9 + \log_7 3}{\log_7 24 - 3\log_7 2}$; б) $\frac{\log_5 27}{\log_5 243}$.
Задание 4. Решите уравнение:	
$\log_5 x = 2\log_5 3 + \frac{1}{2}\log_5 49 - \frac{1}{3}\log_5 27$	$\log_7 x = 2\log_7 5 + \frac{1}{2}\log_7 36 - \frac{1}{3}\log_5 125$

Практическая работа 20.

Тема: Логарифмы в природе и технике.

Цель: отработать умения и навыки решения логарифмических уравнений.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение логарифма.

б) Сформулируйте основные свойства логарифмов.

в) Что понимают под логарифмическим уравнением?

2. Рассмотрите теоретический материал, сделайте краткую запись в тетради.
3. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Определение: Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

$\boxed{\log_a x = b}$ - x - выражение переменной, a, b - числа, причем $a>0, a\neq 1$.

При решении логарифмических уравнений применяются также методы *логарифмирования* и *потенцирования*.

Логарифмирование– это нахождение логарифмов заданных чисел или выражений.

Потенцирование– это нахождение чисел или выражений по данному логарифму числа (выражения).

Потенцировать – значит освобождаться от значков логарифмов в процессе решения логарифмического выражения.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить некоторые *свойства логарифмов:*

$log_a 1 = 0$; $log_a a = 1$; $log_a(xy) = log_a x + log_a y$; $log_a\left(\frac{x}{y}\right) = log_a x - log_a y$

Замечание: $lg\,t$ – десятичный логарифм (по основанию 10)

$ln\,t$ – натуральный логарифм (по основанию e)

Методы решения логарифмических уравнений

1. Простейшее логарифмическое уравнение: $\boxed{\log_a f(x) = b}$ -

Последовательность решений:

1) (по определению логарифма) решить равносильное уравнение $f(x) = a^b$;

2) выполнить проверку корней или найти <u>ОДЗ: f(x) > 0</u> и выбрать корни удовлетворяющие ОДЗ

2. По свойству логарифмов и определение логарифма: $\boxed{\log_a f(x) = \log_a g(x)}$

Последовательность решений:

1) решить уравнение: f(x) = g(x)

2) выполнить проверку или найти ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$ и выбрать из корней уравнения ϵ ОДЗ.

3. Метод замены (введение новой переменной):

$A(\log_a x)^2 + B \log_a x + C = 0$

Последовательность решений:

1) пусть $t = \log_a x$; $At^2 + Bt + C = 0$, ОДЗ $x > 0$

2) сделать обратную замену : $\log_a x = t_1 \Rightarrow x_1 = a^{t_1}$,

$\log_a x = t_2 \Rightarrow x_2 = a^{t_2}$

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание. Решите уравнение:	
1) $\log_2(7x - 15) = 4$;	1) $\log_4(3x + 10) = 2$;
2) $\log_{12}(x^2 - x) = 1$;	2) $\log_7(x^2 + 6x) = 1$;
3) $\log_3(3x + 2) = \log_3(x + 4)$;	3) $\log_5(2x - 3) = \log_5(x + 1)$;
4) $\log_2(4 - x) + \log_2(1 - 2x) = 2\log_2 3$;	4) $\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = 3$;
5) $\log_2(x + 1) - \log_2(8 - x) = 2$;	5) $\lg(3x - 1) - \lg(x + 5) = \lg 5$;
6) $\log_4(2x - 1) \cdot \log_4 x - 2\log_4(2x - 1) = 0$;	6) $\log_2(3x + 1) \cdot \log_2 x - 2\log_2(3x + 1) = 0$
7) $\lg^2 x + \lg x - 8 = 0$	7) $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$

Практическая работа 21

Тема: Симметрия в природе.

Цель работы: рассмотреть виды симметрий в пространстве и многогранников; выполнить задания практической работы.

<u>Основные теоретические сведения.</u>

Движением называется преобразование, при котором сохраняются расстояния между точками.

Под движением пространства понимается отображение пространства на себя, при котором любые две точки A и B переходят (отображаются) в некие точки A1 и B1 так, что|AB|=|A1B1|.

При движении в пространстве

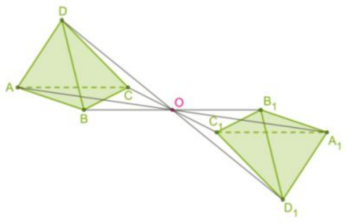
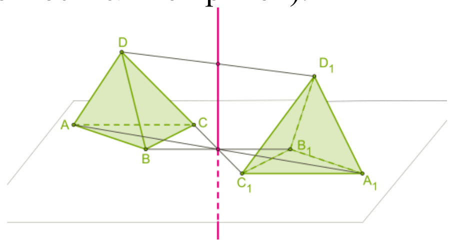
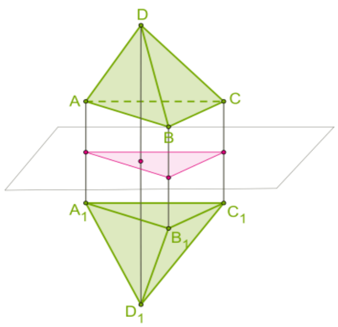
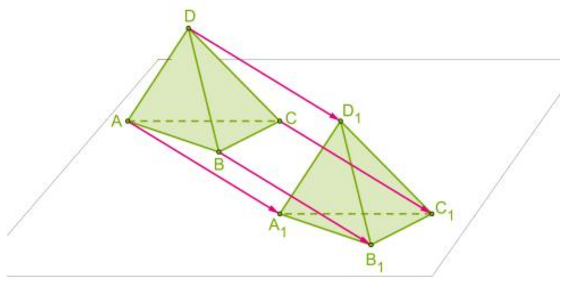
- прямые переходят в прямые,

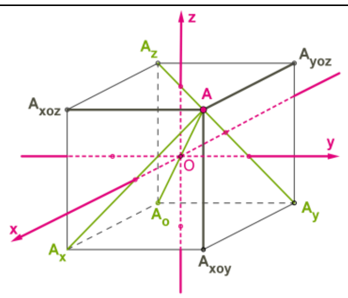
- полупрямые — в полупрямые,

- отрезки — в отрезки,

- сохраняются углы между прямыми.

Виды движения в пространстве

1. Центральная симметрия (симметрия относительно точки):  	2. Осевая симметрия (симметрия относительно прямой): 
3. Зеркальная симметрия (симметрия относительно плоскости):  	4. Параллельный перенос (точки переносятся на данный вектор): 

 	**Пример 1.**Если в этой координатной системе дана точка A(1;8;10), то в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат точка A переходит в точку $A0$(−1;−8;−10). 2. …осевой симметрии относительно оси Ox точка A переходит в точку Ax(1;−8;−10). оси Oy точка A переходит в точку Ay(−1;8;−10). оси Oz точка A переходит в точку Az(−1;−8;10). 3. …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (xOy) точка A переходит в точку $Axoy$(1;8;−10). координатной плоскости (yOz) точка A переходит в точку $Ayoz$(−1;8;10). координатной плоскости (xOz) точка A переходит в точку $Axoz$(1;−8;10).

Задания для самостоятельного выполнения

Вариант 1	Вариант 2

В координатной системе дана точка A(2;11;16). Определи координаты точек, в которые переходит точка A в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат: ☐;☐;☐ 2. …осевой симметрии относительно оси Ox: ☐;☐;☐ оси Oy: ☐;☐;☐ оси Oz: ☐;☐;☐ 3 …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (xOy): ☐;☐;☐ координатной плоскости (yOz): ☐;☐;☐ координатной плоскости (xOz): ☐;☐;☐	В координатной системе дана точка A(11;4;4). Определи координаты точек, в которые переходит точка A в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат: ☐;☐;☐ 2. …осевой симметрии относительно оси Ox: ☐;☐;☐ оси Oy: ☐;☐;☐ оси Oz: ☐;☐;☐ 3 …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (xOy): ☐;☐;☐ координатной плоскости (yOz): ☐;☐;☐ координатной плоскости (xOz): ☐;☐;☐

Практическая работа 22

Тема: Симметрия в архитектуре.

Цель работы: рассмотреть виды симметрий в пространстве и многогранников; выполнить задания практической работы.

<u>Основные теоретические сведения.</u>

Симметрия **– это закономерная повторяемость элементов (или частей) фигуры или какого-либо тела, при которой фигура совмещается сама с собой при некоторых преобразованиях (вращение вокруг оси, отражение в плоскости).**

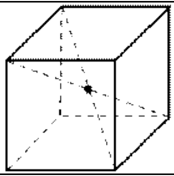
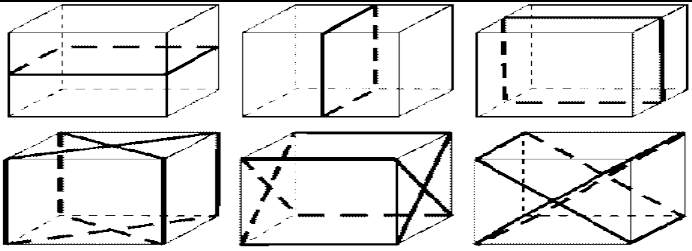
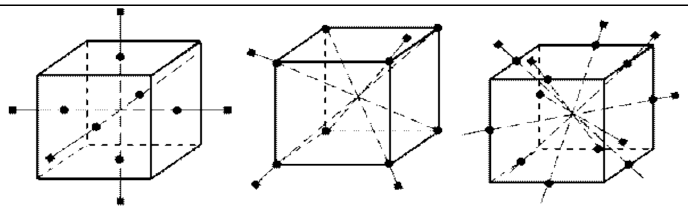
Понятие симметрии включает в себя такие понятия, как: *ось симметрии, центр симметрии и плоскость симметрии.*

1) Ось симметрии - воображаемая ось, при повороте вокруг которой на некоторый угол, фигура совмещается сама с собой в пространстве (α)

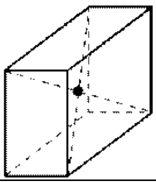
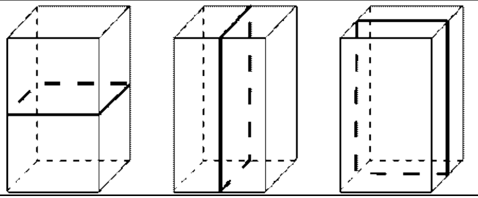
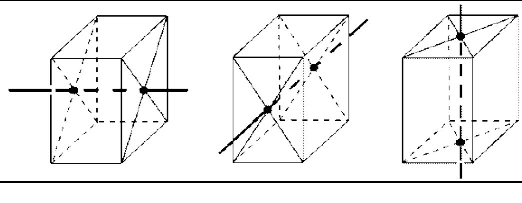
2) Центр симметрии - это точка внутри многогранника, в которой пересекаются и делятся пополам прямые, соединяющие одинаковые элементы многогранника (грани, рёбра, углы) (С).

3) Плоскость симметрии делит многогранник на 2 зеркально равные части (Р).

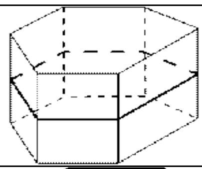
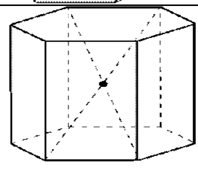
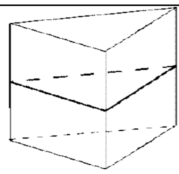
Симметрия в кубе.

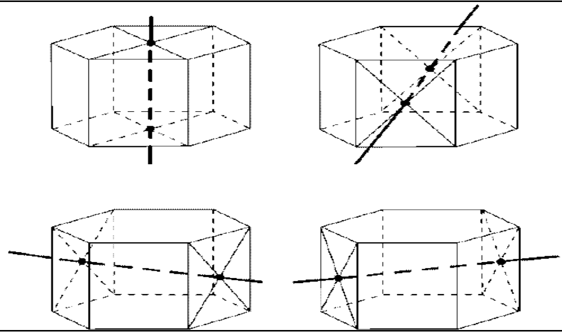
а) Центр симметрии (центр куба) - точка пресечения диагоналей куба.	
б) Плоскости симметрии (9): 1) 3 плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер; 2) 6 плоскостей симметрии, проходящие через противолежащие ребра.	
в) Оси симметрии (13): 1)3 оси, проходящие через центры противолежащих граней; 2) 4 оси симметрии, проходящие через противолежащие вершины; 3) 6 осей, проходящие через середины противолежащих рёбер.	

Симметрия в параллелепипеде.

а) Центр симметрии - точка пересечения диагоналей прямоугольного параллелепипеда.	
б) Плоскость симметрии. 3 плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных рёбер.	
в) Оси симметрии. 3 оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих граней	

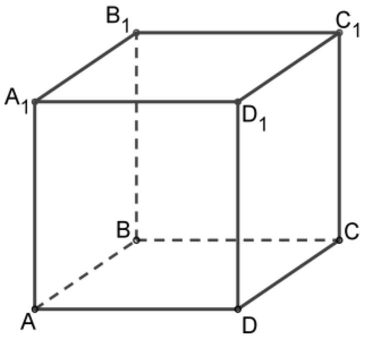
Симметрия в призме.

1) Симметрия прямой призмы. Одна плоскость симметрии, проходящая через середины боковых рёбер.	
2) Симметрия правильной призмы. **а) Центр симметрии**. При чётном числе сторон основания центр симметрии - это точка пересечения диагоналей правильной призмы.	
б) Плоскости симметрии: 1) плоскость, проходящая через середины боковых рёбер; 2) при чётном числе сторон основания - плоскости, проходящие через противолежащие рёбра.	

в) Ось симметрии: а) при чётном числе сторон основания - ось симметрии проходит через центры оснований; б) оси симметрии, проходящие через точки пресечения диагоналей противолежащих боковых граней.	

Вариант 1

Дан куб ABCDA1B1C1D1.



1. С помощью каких движений вершиныB,B1,C1,C переходят соответственно в вершины A,A1,D1,D?

☐ симметрия относительно оси
☐ все названные движения
☐ симметрия относительно точки
☐ симметрия относительно плоскости
☐ ни одно из названных движений
☐ параллельный перенос

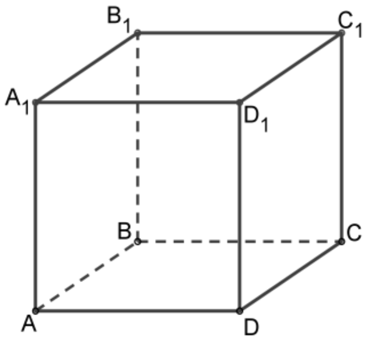
2. С помощью каких движений вершиныA1,B1,C1,D1 переходят соответственно в вершины C,D,A,B?

○ все названные движения
○ симметрия относительно оси
○ параллельный перенос
○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно плоскости
○ ни одно из названных движений

3. С помощью каких движений вершиныA,B,C,D переходят соответственно в вершины C,B,A,D?

Вариант 2

Дан куб ABCDA1B1C1D1.



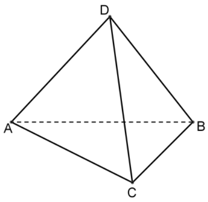
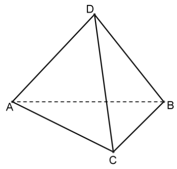
1. С помощью каких движений вершиныB,B1,C1,C переходят соответственно в вершины A,A1,D1,D?

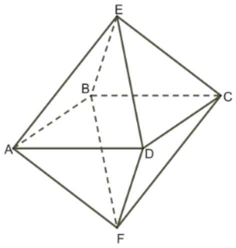
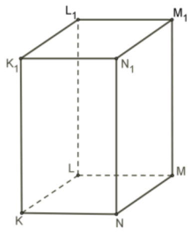
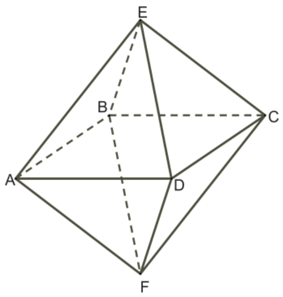
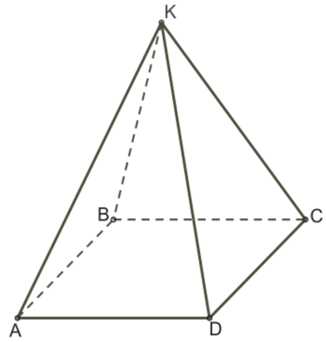
☐ симметрия относительно плоскости
☐ все названные движения
☐ симметрия относительно оси
☐ параллельный перенос
☐ ни одно из названных движений
☐ симметрия относительно точки

2. С помощью каких движений вершиныA,A1,B1,B переходят соответственно в вершины C1,C,D,D1?

○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно плоскости
○ ни одно из названных движений
○ все названные движения
○ параллельный перенос
○ симметрия относительно оси

3. С помощью каких движений вершиныD,D1,C1,C переходят соответственно в вершины C1,D1,D,C?

ни одно из названных движений симметрия относительно плоскости параллельный перенос симметрия относительно точки симметрия относительно оси все названные движения	все названные движения симметрия относительно плоскости ни одно из названных движений симметрия относительно оси симметрия относительно точки параллельный перенос
Дан правильный тетраэдр DABC.  1. С помощью каких движений вершины (ABD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D? все названные движения симметрия относительно точки симметрия относительно плоскости ни одно из названных движений параллельный перенос симметрия относительно оси 2. С помощью каких движений все точки грани (ABD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)? ни одно из названных движений симметрия относительно плоскости параллельный перенос симметрия относительно точки симметрия относительно оси все названные движения	Дан правильный тетраэдр DABC.  1. С помощью каких движений вершины (ACD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D? ни одно из названных движений параллельный перенос симметрия относительно точки симметрия относительно оси все названные движения симметрия относительно плоскости 2. С помощью каких движений все точки грани (ACD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)? симметрия относительно точки симметрия относительно оси все названные движения симметрия относительно плоскости параллельный перенос ни одно из названных движений
Точка $A(-3;-8;-8)$ в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку $B(1;4;1)$. Определи координаты точки C . Ответ: C(; ;)	Точка $A(-2;9;1)$ в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку $B(1;-3;-1)$. Определи координаты точки C . Ответ: C(; ;)
2. Сколько плоскостей симметрии имеет октаэдр?	2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная

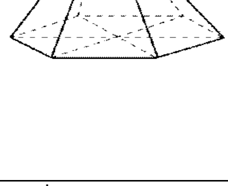
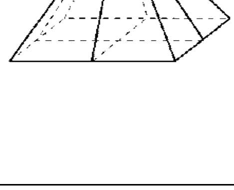
	призма? 
1. При каких движениях октаэдр отображается на себя (все точки многогранника переходят в точки этого же многогранника)?  • ☐ симметрия относительно плоскости • ☐ симметрия относительно точки • ☐ это не возможно • ☐ параллельный перенос • ☐ симметрия относительно оси • ☐ при всех движениях	2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная пирамида? 

Практическая работа 23

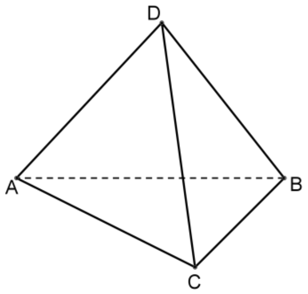
Тема: Симметрия в технике и в быту**.**

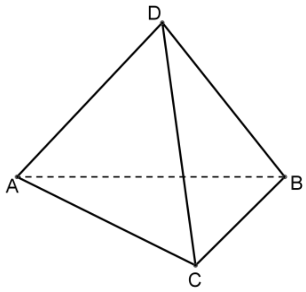
Основные теоретические сведения.

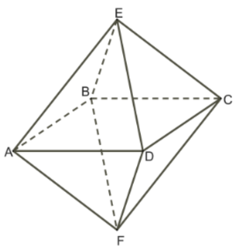
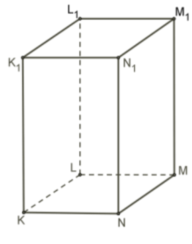
Симметрия в пирамиде.

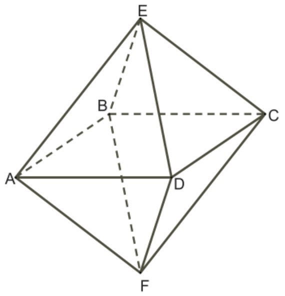
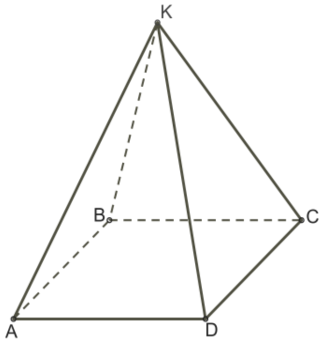
а) Плоскости симметрии: при четном числе сторон основания — а) плоскости, проходящие через противолежащие боковые ребра, и б) плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противолежащих боковых граней.	 
б) Ось симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии проходит через вершину правильной пирамиды и центр основания.	

Задания для самостоятельной работы

<table>
<tr>
<td>Дан правильный тетраэдр DABC.


1. С помощью каких движений вершины (ABD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D?
○ все названные движения
○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно плоскости
○ ни одно из названных движений
○ параллельный перенос
○ симметрия относительно оси
2. С помощью каких движений все точки грани (ABD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)?
○ ни одно из названных движений
○ симметрия относительно плоскости
○ параллельный перенос
○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно оси
○ все названные движения</td>
<td>Дан правильный тетраэдр DABC.


1. С помощью каких движений вершины (ACD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D?
○ ни одно из названных движений
○ параллельный перенос
○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно оси
○ все названные движения
○ симметрия относительно плоскости
2. С помощью каких движений все точки грани (ACD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)?
○ симметрия относительно точки
○ симметрия относительно оси
○ все названные движения
○ симметрия относительно плоскости
○ параллельный перенос
○ ни одно из названных движений</td>
</tr>
<tr>
<td>Точка A(−3;−8;−8) в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку B(1;4;1). Определи координаты точки C .
Ответ: C(; ;)</td>
<td>Точка A(−2;9;1) в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку B(1;−3;−1). Определи координаты точки C .
Ответ: C(; ;)</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Сколько плоскостей симметрии имеет октаэдр?

</td>
<td>2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная призма?

</td>
</tr>
</table>

1. При каких движениях октаэдр отображается на себя (все точки многогранника переходят в точки этого же многогранника)?  • ☐ симметрия относительно плоскости • ☐ симметрия относительно точки • ☐ это не возможно • ☐ параллельный перенос • ☐ симметрия относительно оси • ☐ при всех движениях	2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная пирамида? ☐ 

Практическая работа 24

Тема: Правильные многогранники, их свойства.

Цель: закрепление понятий: правильная призма прямоугольный параллелепипед, куб, линейные размеры, диагональ, площадь боковой и полной поверхности рассматриваемых многогранников.

Порядок выполнения работы:

1. Ответьте на контрольные вопросы:

а) Понятие многогранника, выпуклого многогранника.

б) Призма. Элементы призмы. Свойства призмы.

в) Площадь полной и боковой поверхностей.

2. Рассмотрите теоретический материал по теме. Сделать краткие записи в тетради.

3. Изучить условие задания для самостоятельной работы. Оформить отчет о работе.

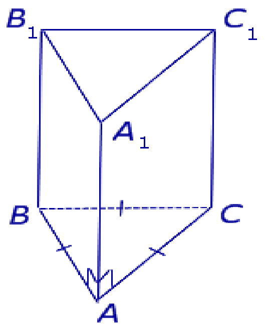
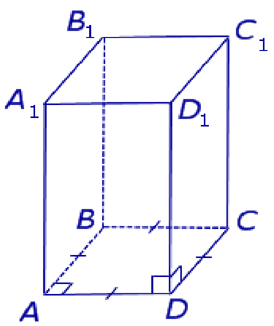
КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Призма

Призма — многогранник, две грани которого являются многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками.

Правильная призма - это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник. Боковые грани правильной призмы - равные прямоугольники.

Виды правильной призмы:

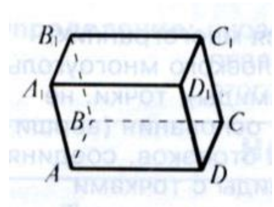
Призма	Рисунок	Свойства
Правильная треугольная призма		*Боковые ребра* AA_1, BB_1, CC_1 *перпендикулярны* плоскостям ABC и $A_1B_1C_1$. ABC – равносторонний треугольник. *Боковые грани* правильной треугольной призмы – *прямоугольники.* *Высота прямой треугольной призмы* равна длине *бокового ребра*.
Правильная четырехугольная призма		*Боковые ребра* AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 *перпендикулярны* плоскостям $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. $ABCD$ – квадрат. *Боковые грани* правильной четырехугольной призмы –*прямоугольники*. *Высота* правильной четырехугольной призмы равна длине *бокового ребра*.

Площадь боковой поверхности прямой призмы: $S_{б.п.} = P \cdot H$, где P — периметр основания призмы (сумма всех сторон основания), H — высота призмы.

Площадь полной поверхности призмы равна сумме площади её боковой поверхности и удвоенной площади основания: $S_{п.п.} = P \cdot H + 2 \cdot S_{осн}$

Использование призм: в строительстве, в быту, в технике, в медицине(лечение косоглазия)

Параллелепипед



Параллелепипед—это четырёхугольная призма, все грани которой являются параллелограммами.

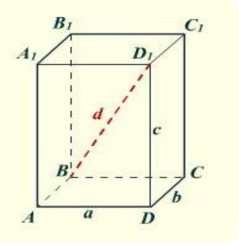
Две грани называются *противоположными*, если у них нет общего ребра.

Свойства параллелепипеда:

1. Все грани параллелепипеда параллелограммы.
2. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.

3. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
4. Точка пересечения параллелепипеда является его центром симметрии.
Площадь боковой поверхности прямого параллелепипеда Sб=Ро·h, где Ро — периметр основания, h — высота
Площадь полной поверхности Sп.п = 2Sосн + Sбок

Прямоугольный параллелепипед



Прямоугольный параллелепипед – это прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник …

a, b, c – это измерения прямоугольного параллелепипеда, т.е., его длина, ширина и высота.

d – это диагональ п.п.

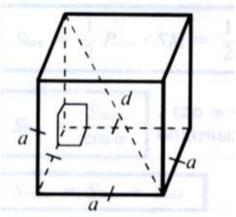
Свойства прямоугольного параллелепипеда:

1. Все грани - прямоугольники

2. Квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений. d2 = a2 + b2 + c2.
Сумма длин всех ребер: L= 4(а + в + с)

Площадь боковой поверхности Sб=2c(a+b), где a, b — стороны основания, c — боковое ребро прямоугольного параллелепипеда
Площадь полной поверхности Sп=2(ab+bc+ac)

Куб



Куб – это правильный параллелепипед.

Свойства куба:

1. Все грани – квадраты.

2. $d^2 = a^2 + a^2 + a^2 \Rightarrow d = a\sqrt{3}$ - диагональ куба.

3. Точка пересечения диагоналей куба является центром его симметрии.
Сумма длин всех ребер: L= 12a

Площадь боковой поверхности Sб=4a^2.
Площадь полной поверхности Sп= 6a^2.

Задания для самостоятельного решения

Задание 1:

1. Измерьте длины рёбер каждой фигуры (в см и мм).
2. Запишите формулы для нахождения площади поверхности, суммы дли всех рёбер куба и прямоугольного параллелепипеда.
3. Выполните соответствующие вычисления для каждой фигуры.
   Выполни задания:

1. Измерь длину ребра куба № , а = см мм
   Запиши формулы диагонали, площади поверхности и суммы длин всех рёбер куба
   D= S= L=
   Вычисли по формулам диагональ, площадь поверхности, сумму длин всех рёбер куба, результаты вычислений занеси в таблицу
2. Измерь длины рёбер прямоугольного параллелепипеда № ,

a = см мм, в = см мм, с = см мм.

Запиши формулы диагонали, площади поверхности и суммы длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда

D= S= L=

Вычисли по формулам диагональ, площадь поверхности, сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, .

3. Измерь длины сторон основания и высоту призмы, h = см мм

Запиши формулы периметра, площади боковой и полной поверхности призмы, площадь основания призмы

P= $S_{бок}$= $S_п$= $S_{осн}$=

Вычисли по формулам периметр, боковую поверхность призмы, площадь основания призмы, полную поверхность призмы.

Практическая работа 25.

Тема: Комбинации геометрических тел

Цель: закрепить и систематизировать понятия: основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка тел вращения

Порядок выполнения работы:

1. Ответьте на контрольные вопросы:

а) назовите известные вам тела вращения?

б) на моделях тел вращения покажите их основные элементы и дайте их определения.

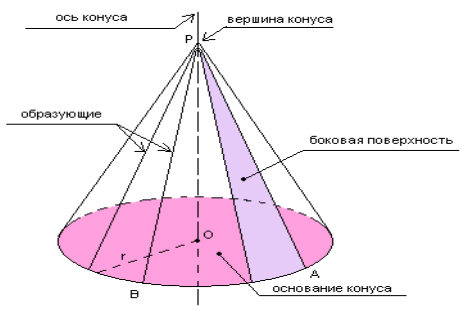
в) изобразите развертки: цилиндра, конуса, усеченного конуса.

г) площадь поверхности тел вращения.

2. Рассмотрите теоретический материал по теме. Сделать краткие записи в рабочей тетради.
3. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Основные элементы цилиндра и конуса.



2. Круг. $S = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}$ - площадь круга, где D – диаметр; r – радиус.
3. Площади поверхностей.

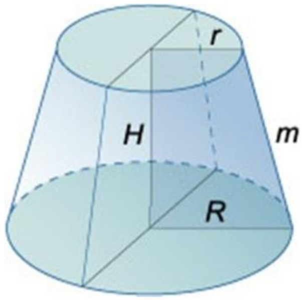
	Цилиндр	**Конус**
Боковая поверхность	$S_{бок.} = 2\pi rh = \pi Dh$	$S_{бок} = \pi r l$

Полная поверхность ***Sполн.=2Sосн.+Sбок.=2πr²+2πrh*** $S_{пол} = S_{бок} + S_{осн} = \pi\, r\,(l+r)$

4. Основные элементы усеченного конуса

Усеченным конусом называется часть конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

Обычно под усеченным конусом имеется ввиду часть *прямого кругового конуса*. Такой усеченный конус образуется при вращении прямоугольной трапеции вокруг ее боковой стороны, перпендикулярной основаниям трапеции. Усеченный конус определяется радиусами оснований R и r, высотой H (или, соответственно, образующей m).



Усеченный конус может быть получен вращением прямоугольной трапеции вокруг ее боковой стороны, перпендикулярной к основаниям.

Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую, т. е. $S_{бок.} = \pi L(R + r)$,

где L - образующая усеченного конуса, R - радиус нижнего основания, r - радиус верхнего основания

Площадь полной поверхности усеченного конуса: $S_{полн.} = \pi(LR + Lr + R^2 + r^2)$

Задания для самостоятельного решения

Задание 1. Вычислите для цилиндра величины указанные звездочкой.

№вар	*r*,см	*h*,см	*D*,см	*Sосн*,см²	*Sбок*,см²	*Sполн*,см²
1	3	*	*	*	90π	*
2	*	5	*	16π	*	*
3	*	*	*	4π	*	28π
4	*	*	10	*	30π	*
5	4	3	*	*	*	*

Задание 2. Вычислите для конуса величины указанные звездочкой.

№вар	*l*,см	*r*,см	*h*,см	*D*,см	*Sосн*,см²	*Sбок*,см²	*Sполн*,см²
1	10	*	*	12	*	*	*
2	*	*	4	*	9 π	*	*
3	*	*	*	*	25 π	*	75 π
4	6	4	*	*	*	*	*
5	2	*	*	*	*	16 π	*

Задание 3.

Вариант 1.

1. Найти площадь боковой и полной поверхности усеченного конуса, если: радиусы оснований 3см и 0,5 см, образующая равна 3 см.
2. Сколько краски потребуется для покраски 70 ведер с двух сторон, если ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований 10 и 12 см, образующая равна 25 см.

Вариант 2.

1. Найти площадь боковой и полной поверхности усеченного конуса, если: радиусы оснований 4 см и 2 см, высота конуса 5 см
2. Сколько краски потребуется для покраски 70 ведер с двух сторон, если ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований 15 и 7 см, образующая равна 17 см.

Практическая работа 26.

Тема: Комбинации геометрических тел

Цель: закрепление формулы объема призмы и объем цилиндра в процессе решения задач.

Порядок выполнения работы:

1. Ответьте на контрольные вопросы:

   а) Какой многогранник называется призмой? Виды призм?

   б) Площадь поверхности призмы.

   в) Какое тело называется цилиндром? Элементы цилиндра.

   г) Поверхность цилиндра.

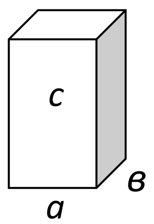
2. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
3. Под руководством преподавателя выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет по работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Объём прямоугольного параллелепипеда

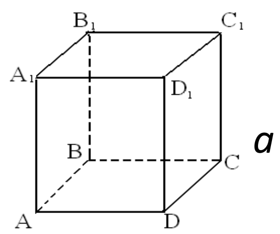
$V = a \cdot в \cdot c$,

где a, в, c – измерения прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота)



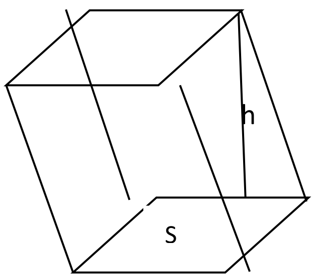
Объём куба

$V = a^3$, где a – ребро куба.



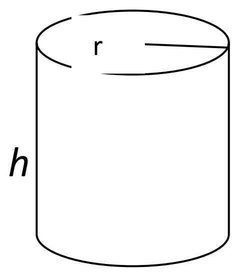
Объём призмы

$V = S_{осн} \cdot h$



Объём цилиндра

$V = S_{осн} \cdot h = \pi r^2$



Задания для самоконтроля

№1. Найти объем прямой треугольной призмы высотой 6, в основании которой - прямоугольный треугольник с катетами 3 и 7.

№ 2. Найти объем тела, представляющего собой куб с ребром 5, с вырезанным из него кубом с ребром 2.

№ 3. Найти объем прямого параллелепипеда, у которого в основании ромб с диагоналями, равными 4 и 6, а меньшая диагональ параллелепипеда равна 5.

№ 4. В цилиндре с высотой 24 и диагональю осевого сечения 26 чему равен объем?

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.	**Вариант 2**.
1. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60º. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы. 2. Классные помещения должны быть рассчитаны так, чтобы на одного учащегося приходилось не менее 6 м^3 воздуха. Можно ли в класс, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с измерениями 8,3 м, 6,25 м, 3,6 м вместить 30 человек, не нарушая санитарной нормы? 3. Сколько литров побелки надо налить в емкость для краскопульта диаметром 20 см и высотой 60 см. 4. 25 м медной проволоки имеют массу 100,7г. Найдите диаметр проволоки, если ее плотность8,9г/см^3.	1. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60º. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы. 2. Сколько нужно рабочих для переноса дубовой балки размером 6,5 м, 30 см, 45 дм? Каждый рабочий может поднять в среднем 80 кг. Плотность дуба 800 кг/см^3. 3. Сколько бочек высотой 1,5 м и диаметром 0,8 м нужно, чтобы разлить в них содержимое цистерны длиной 4,5 м и диаметром 1,6 м? 4. Сколько весит километр железной телеграфной проволоки толщиной 4 мм, если известно, что 1 кубический сантиметр железа весит 8 г?

Практическая работа 27.

Тема: Применение комбинации геометрических тел на практике.

Цель: закрепление формулы объема пирамиды и объем конуса в процессе решения задач.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Какой многогранник называется пирамидой? Виды пирамид?

   б) Площадь поверхности пирамиды.

   в) Какое тело называется конусом? Усеченным конусом.

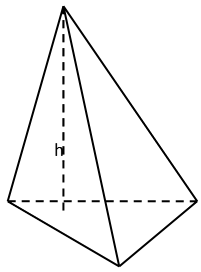
   г) Поверхность конуса.

2. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
3. Под руководством преподавателя выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

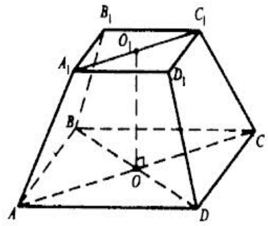
Объём пирамиды

$V = \frac{1}{3} S\ h$, где S – площадь основания, h - высота



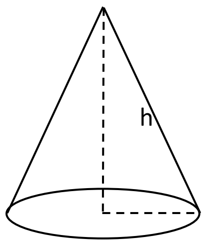
Объём усеченной пирамиды

$V = \frac{1}{3} h(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$, где S_1, S_2 – площадь основания, h - высота



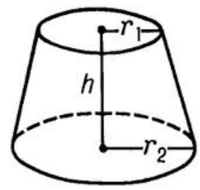
Объём конуса

$V = \frac{1}{3} S\ h$, где S – площадь основания, h – высота



Объём усеченного конуса

$V = \frac{1}{3} h\pi(R_1 + R_1 R_2 + R_2)$



Задания для самоконтроля

№ 1. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60º. Найти объём пирамиды.

№ 2. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см, а острый угол 45º , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.

№3. Объем конуса равен 27. На высоте конуса лежит точка и делит её в отношении 2:1 считая от вершины. Через точку проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Масса чугунной пирамиды с квадратным основанием равна 540 г, высота равна 6 см. Вычислите длину стороны основания. Плотность чугуна 7,5 г/см^3. 2. Кузов тракторного прицепа имеет размеры: вверху 3,5 м х 2,6 м, понизу 2,9 м х 1,1 м. Найдите вместимость, если высота прицепа 1,2 м. 3. Отсортированное зерно собрали в коническую кучу, высота которой 0,7 м. Какова масса зерна, если образующая конуса имеет естественный уклон 45^0. Плотность зерна в куче 700кг/м^3. 4. Какую высоту должно иметь жестяное ведро в форме усеченного конуса вместимостью 15 л, если диаметры его оснований должны иметь длину 2,4 и 3 дм?	1. Щебень укладывается в кучу, имеющую форму правильной пирамиды с длиной основания 3 м. Какой высоты должна быть куча, чтобы ее объем был 8м$^{3.}$ 2. Бункер, у которого дно и верх прямоугольники, размеры которых равны 2*2,5 и 2,8* 3.5 м и высотой 1,5м заполнен зерном. Вычислите массу зерна, если масса одного кубического метра зерна равна 500кг. 3. На учебное хозяйство привезли машину пшеницы и ссыпали в кучу. Куча имеет коническую форму с диаметром 324 см и высотой 112см. Найдите объём кучи. 4. Вычислить вместимость ведра, имеющего форму усеченного конуса, если диаметр дна равен 18 см, диаметр отверстия 35 см, а глубина 38,5 см.

Практическая работа 28.

Тема: Применение комбинации геометрических тел на практике.

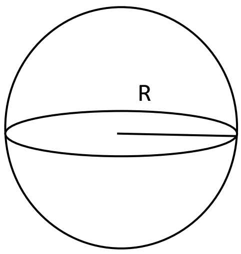
Цель: в процессе решения задач закрепить формулы объема шара и его частей, формулу площади поверхности сферы.

Порядок выполнения работы:

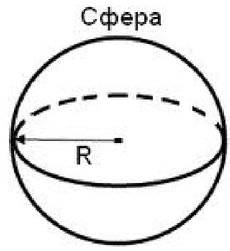
1. Ответить на теоретические вопросы:
   а) какое тело называется шаром?
   б) назовите элементы шара.
   в) что такое сфера?
2. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
3. Под руководством преподавателя выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы. Оформите отчет по работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Площадь поверхности шара: $S_{сф.} = 4\pi R^2$



Площадь сферы: $S_{сферы} = 4\pi \cdot R^2$, R – радиус шара



Длина окружности: C =2πR,

Площадь круга: S = πR 2 -

Задания для самоконтроля

Задание 1. Сколько потребуется краски, чтобы покрасить шар диаметром 22,4 м, если на окраску 1 м^2 уходит 120г краски?

Задание 2. Сколько квадратных метров шелковой материи надо взять для приготовления оболочки воздушного шара диаметром 10 м, если на швы надо прибавить 7% материала?

Задание 3. Масса железного шара равна 4 кг. Каков его диаметр? Плотность железа равна 7,8 г/см^3).

Задание 4. Чтобы отлить свинцовый шар диаметром 3 см, используют свинцовые шарики диаметром 5 мм. Сколько таких шариков нужно взять?

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Сколько квадратных метров шелковой материи надо взять для приготовления оболочки воздушного шара диаметром 12 м, если на швы надо прибавить 5% материала? 2. На позолоту 1 кв. м купола идет 1 г золота. Сколько потребуется золота, чтобы позолотить купол окружностью 20 м?	1. На окраску шара диаметром 1,5 дм расходуется 50 г краски. Сколько краски требуется для окраски шара диаметром 3 дм? 2. Сколько метров шелковой материи шириной 1,1 м надо для изготовления воздушного шара, радиус которого 2 м? На соединение и отходы идет 10% материала.

Форма купола – полусфера. 3. Два свинцовых шара диаметром 23см и 34 см переплавили в один шар. Найдите его диаметр. 4. Масса железного шара равна 4 кг. Каков его диаметр? Плотность железа рвана 7,8 г/см^3).	3. Диаметр свинцового шара равен 30см. Сколько шариков, диаметром 3см, можно сделать из этого свинца? 4. Сколько дробинок диаметром 3,0 мм содержится в 1,0 кг свинцовой дроби? (Плотность свинца равна 11,4 г/см^3).

Практическая работа 29.

Тема: Физический смысл производной в профессиональных задачах.

Цель: способствовать формированию понятий физическом смысле производной. Уметь решать прикладные задачи.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение производной функции.

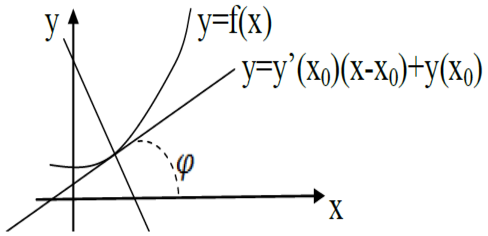
б) В чем заключается геометрический и физический смысл производной..

2. Изучить краткие теоретические сведения и сделать конспект в тетради.

3. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Геометрический смысл производной функции y=f(x) состоит в том, что значение производной в точке x_0 равно тангенсу угла наклона касательной к графику функции, проходящей через точку графика с абсциссой x_0 (рисунок 1). .



Уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0 имеет вид $y=y'(x_0)(x-x_0)+y(x_0)$.

Физический смысл производной заключается в том, что производная выражает скорость протекания процесса, описываемого зависимостью *y* = *f*(*x*).

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0.	
А) $f(x) = 3x^2, \quad x_0 = 1.$ Б) $(x) = 5cos2x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$	А) $f(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad x_0 = 2.$ Б) $f(x) = sin3x, \quad x_0 = \frac{\pi}{12.}$
Задание 2. Записать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0.	
$f(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1, \quad x_0 = 0.$	$f(x) = x^3 - 2x, \quad x_0 = 2.$
Задание 3. Решите задачу	

Точка движется прямолинейно по закону $s = 2t^3 + t^2 - 4$. Найдите скорость и ускорение в момент времени $t = 4c$.	Точка движется прямолинейно по закону $s = t^2 - 8t + 4$. В какой момент времени скорость точки окажется равной нулю?

Практическая работа 30.

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: сформировать умения исследовать функцию на монотонность и экстремумы с помощью производной

Порядок выполнения работы:

1. Изучить краткие теоретические сведения и сделать конспект в тетради.

2. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

1. Монотонность функции

Как возрастающие, так и убывающие функции называются монотонными, а промежутки, в которых функция возрастает или убывает, - *промежутками монотонности*.

Возрастание и убывание функции *y= f(x)* характеризуется знаком ее производной:

- если в некотором промежутке $f'(x) > 0$, то функция возрастает в этом промежутке;

- если в некотором промежутке $f'(x) < 0$, то функция убывает в этом промежутке.

2. Экстремумы функции

Точки минимума и максимума функции называются *точками экстремума* данной функции, а значения функции в этих точках – *минимумом* и *максимумом* (или *экстремумами*) функции.

Точками экстремумами могут служить только *критические точки*, т.е. точки, принадлежащие области определения функции, в которых производная или терпит разрыв.

Условие экстремума: Если x_0 – точка экстремума, то производная в этой точке равна нулю, т.е. $f'(x)$=0

Признак максимума (минимума): Если в окрестности критической точки производная $f'(x)$меняет знак с «+» на «-», то эта точка является *точкой максимума* (если с «-» на «+», то *точкой минимума*).

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание. Для заданной функции найдите: 1. область определения; 2. производную; 3. критические точки; 4. промежутки монотонности; 5. точки экстремума и значения функции в этих точках. **6.** Дайте определение всех выше перечисленных понятий.	
A) f(x) = $x^4 - 4x^2 + 2$	*A) f(x) =* $- x^4 + 6x^2 - 3$

Б) $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$.	Б) $y = x^4 - 8x^2 - 9$.

Практическая работа 31.

Тема: *Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах*

Цель: Систематизировать навыки и умения применять знания о производной при решении задач прикладной направленности.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Повторите алгоритм отыскания наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке?

б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

2. Изучить краткие теоретические сведения и сделать конспект в тетради.

3. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Алгоритм решения задач:

- определить исследуемую функцию;

- ввести переменную;

- установить область определения функции;

- вычислить max/min функции на заданном интервале.

Пример 1. Периметр прямоугольника равен 40см. Какую длину должны иметь стороны прямоугольника, чтобы площадь была наибольшей?

Решение: $2(a+b)=40,\ a+b=20,\ S=a\cdot b,\ b=20-a$.

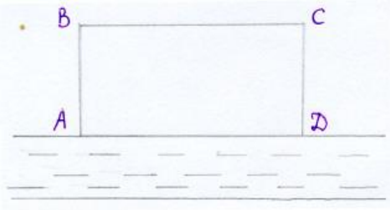
1. Выбираем независимую переменную x и выражаем через неё стороны прямоугольника. *x см* – длина прямоугольника, *(20-x)см* – ширина прямоугольника. Тогда$0< x <20$;
2. записываем функцию $S(x)=x\cdot(20-x)=20x-x^2$;
3. находим производную $S'(x) = 20-2x$;
4. решаемуравнение$20-2x=0.\ x=10.$

Значит, длина и ширина равны 10 см. Какая это получается фигура? (Квадрат).

$S(10) = 10(20-10) = 10\cdot10 = 100$ *см*^{2}.Ответ: 10 см.

Задание 2. Заготовлена изгородь длиной 480м. Этой изгородью надо огородить с трех сторон, примыкающий к реке, участок. Какова должна быть ширина и длина участка, чтобы его примыкающий к реке, участок. Какова должна быть ширина и длина участка, чтобы его площадьбыла наибольшей при заданной длине изгороди?

Решение:



$S=AB \cdot BC$

Пусть $AB=x$, тогда $BC= 480-2x$

$S(x) = x \cdot (480 - 2x) = 480x - 2x^2$

$D(x) = (0;240)$, т.к. $S(x) > 0$

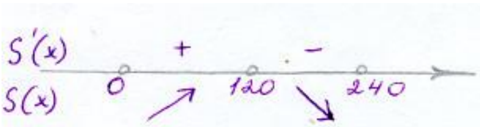
$480x – 2x^2 > 0$

$2x \cdot (240 – x) > 0$ $\qquad x_1 = 0, \quad x_2 = 240$

$0 < x < 240$ $\quad$ S? (x) = 480 - 4x

S? (x) = 0, 480 - 4x =0

$x = 120$



Т.о. $S_{max} = S(120) = 28800м^2$ при $AB = 120м$ и $BC = 240м$

Ответ: при ширине 120м и длине 240м площадь участка будет наибольшей.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Бак, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 27 литров жидкости. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшей?	**1.** Бак, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 32 литров жидкости. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшей?
2. Проектируется канал оросительной системы с прямоугольным сечением 9,5 $м^2$. Каковы должны быть размеры сечения, чтобы для облицовки стенок и дна пошло наименьшее количество материала?	**2.** Проектируется канал оросительной системы с прямоугольным сечением 7,5 $м^2$. Каковы должны быть размеры сечения, чтобы для облицовки стенок и дна пошло наименьшее количество материала?
3. Периметр прямоугольника составляет 56см. Каковы его стороны, если этот прямоугольник имеет наибольшую площадь?	**3.** Нужно огородить участок прямоугольной формы забором длиной 200м. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Практическая работа 32.

Тема: *Выполнение расчетов с комплексными числами.*

Цель: Формировать умение графического изображения комплексных чисел, выполнения арифметических операций с комплексными числами, вычисление степени мнимой единицы.

Порядок выполнения работы:

3. Рассмотрите теоретический материал по теме.
4. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Определение. Комплексные числа - числа вида $a+ ib$, где $a,b\in$R, а i, такое число, что $i^2 = -1$.

Множество комплексных чисел обозначается C.

Степенимнимойединицы.

$\boldsymbol{i}^1 = \boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{i}^2 = -1$.
$\boldsymbol{i}^3 = \boldsymbol{i}^2 \cdot \boldsymbol{i} = -1 \cdot \boldsymbol{i} = -\boldsymbol{i}$;
$\boldsymbol{i}^4 = \boldsymbol{i}^3 \cdot \boldsymbol{i} = -\boldsymbol{i}^2 = -(-1) = 1$;
$\boldsymbol{i}^5 = \boldsymbol{i}^4 \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{i}^6 = \boldsymbol{i}^5 \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{i}^2 = -1$;

и т. д. Очевидно, что при любом натуральном$\boldsymbol{n}$

$\boldsymbol{i}^{4n} = 1$. $\boldsymbol{i}^{4n+1} = \boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{i}^{4n+2} = -1$ $\boldsymbol{i}^{4n+3} = -\boldsymbol{i}$

*Вывод:*значение степеней числа i повторяются с периодом, равным 4.

Действительные числа a и b комплексного числа $z= a+ ib$, называются *действительной и мнимой частью* числа z.

Два комплексных числа $z_1=a+ ib$ и $z_2=c+ id$ называются *равными* в том и только том случае, если $a= c$, $b= d$.

Запись $z=a+ ib$ называют *алгебраической формой* комплексного числа z.

Числа $z_1=a+ ib$ и $z_2=a- ib$ называют *комплексно сопряженными*.

Геометрическое представление комплексного числа

Если рассмотреть плоскость с прямоугольной системой координат, то любому комплексному числу $z= a+ ib$можно сопоставить точку на этой плоскости с соответствующими координатами (a;b), и радиус-вектор R комплексного числа, т.е. вектор, соединяющий начало координат с точкой на плоскости, соответствующей числу (рис. 1). Данная плоскость называется комплексной. Действительные числа располагаются на горизонтальной (вещественной) оси, мнимые части – на вертикальной (мнимой) оси.

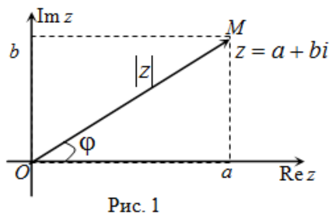


Рис. 1

<u>*Действия над комплексными числами в алгебраической форме.*</u>

Сложение (вычитание): $(a+ib)\pm(c+id)=(a\pm c)+i(b\pm d)$.

Умножение: $(a+ib)(c+id)=(ac - bd)+(ad + cb)i$.

Деление : $\frac{a+ib}{c+id} = \frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)} = \frac{(a+ib)(c-id)}{c^2+d^2}$

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение комплексного числа.
2. Какие числа называются комплексно – сопряженными?
3. Какие комплексные числа называются равными?
4. Дайте определение тригонометрической формы комплексного числа.
5. Как осуществляется переход от записи комплексного числа, заданного в алгебраической форме, к его тригонометрической форме?
6. Как осуществляется переход от записи комплексного числа, заданного в тригонометрической форме, к его алгебраической форме?

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Изобразите на плоскости заданные комплексные числа и найдите $\|Z_1\| u \|Z_2\|$, $\overline{Z_3}$ и $\overline{Z_4}$:	
$Z_1 = 4i$ $Z_2 = 3 + i$ $Z_3 = -4 + 3i$ $Z_4 = -2 - 5i$	$Z_1 = -5i$ $Z_2 = 4 + i$ $Z_3 = -7 + 2i$ $Z_4 = -3 - 6i$
Задание 2. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:	
А) $(3 + 5i)+(7 - 2i)$ Б) $(-2 + 3i) - (7 - 2i)$	А) $(3 - 2i) + (5 + i)$ Б) $(4 + 2i) - (-3 + 2i)$
Задание 3. Произведите умножение и деление комплексных чисел:	
$Z_1 = 2 + 3i$ $Z_2 = 5 - 7i.$	$Z_1 = 3 + 2i$ $Z_2 = 1 + i.$
Задание 4.Выполните действия:	
А) $(3 + 5i)^2$ Б) $(2 - 7i)^2$ В) $(3 + 2i)(3 - 2i)$	А) $(3 + 2i)^2$ Б) $(5 - 2i)^2$ В) $(7 - 6i)(7 + 6i)$
Задание 5.Решитеуравнение:	
А) $x^2 - 4x + 13 = 0$ Б) $4x^2 - 20x + 26 = 0$	А) $2{,}5x^2 + x + 1 = 0.$ Б)$x^2 + 3x + 4 = 0$.
Задание 6.Вычислите:	
$i^{125} - i^{26} + i^{17}$	$i^{100} + i^{98} + i^{63}$

Практическая работа 33.

Тема: *Примеры использования комплексных чисел.*

Цель: закрепить навыки выполнения арифметических действий с комплексными числами.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите самостоятельную работу. Оформите решение письменно в тетради.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Тригонометрическая форма комплексного числа:

Определение. Для всякого комплексного числа $z = a + ib$справедливо равенство: $z=|z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ называют *тригонометрической формой комплексного*

Здесь $R = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ - *модуль комплексного числа* - расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости. Попросту говоря, *модуль – это длина*радиус-вектора.

Угол φ между положительной полуосью действительной оси и радиус-вектором, проведенным из начала координат к соответствующей точке называется *аргументом числа*

В таком случае вещественные числа a, b комплексного числа z можно выразить через модуль Rи аргумент φ:

$a = R\cos\varphi$, $b = R\sin\varphi$. $\varphi = arctg\frac{b}{a}$- *аргумент комплексного числа.*

<u>Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.</u>

Для комплексных чисел $z_1 = R_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$, $z_2 = R_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ заданных в тригонометрической форме выполняются следующие формулы:

Умножение: $z_1 \cdot z_2 = R_1 \cdot R_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2))$.

Деление: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{R_1}{R_2}\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right)$.

Возведение в степень: $z^n = R^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$ - *формула Муавра*

Извлечение корня: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{R}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right)$, $k = 0,1,2..n-1$.

Примеры решения задач:

1. Представить числа $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 3 + \sqrt{3}i$ в тригонометрической форме и вычислить: 1) $z_1 \cdot z_2$; 2) $\frac{z_1}{z_2}$; 3) z_2^5

Решение: 1. Получим тригонометрическую форму $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$,

$R_1 = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4} = 2$ - модуль числа, $\varphi_1 = arctg\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right) = -arctg\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$ - аргумент числа

$z_1 = 1 - \sqrt{3}i = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

$z_2 = 2 + 2i$,

$R_2 = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ - модуль числа, $\varphi_2 = arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$ - аргумент числа

$z_2 = 3 + \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

2. Произведение:

$z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot 2\sqrt{3}\left(cos\left(-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)\right) = 4\sqrt{3}\left(cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) =$
$4\sqrt{3}\left(cos\frac{\pi}{6} - isin\frac{\pi}{6}\right) = 4\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = 6 - 2\sqrt{3}i.$

3. Частное:

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{2\sqrt{3}}\left(cos\left(-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}\left(cos\frac{\pi}{2} -\right.$
$\left. isin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}(0 - 1i) = \frac{\sqrt{3}}{3}i$.

4. Возведение в степень:

$z_2^5 = \left(2\sqrt{3}\left(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6}\right)\ \right)^5 = \left(2\sqrt{3}\right)^5 \cdot \left(cos\frac{5\pi}{6}+isin\frac{5\pi}{6}\right) = 288\sqrt{3}\left(cos\frac{5\pi}{6}+isin\frac{5\pi}{6}\right) =$
$288\sqrt{3}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = 432 = 144i.$

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	Вариант 2
Задание 1. Представить числа в тригонометрической форме и выполнить указанные действия над ними: *1)* $z_1 \cdot z_2$; *2)* $\frac{z_1}{z_2}$; *3)* z_2^3	
$Z_1 = 2 - 2i$; $Z_2 = -\sqrt{3} + i$	$Z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$; $Z_2 = 3 + 3\sqrt{3}i$

Практическая работа 34.

Тема: *Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.*

Цель: закрепить знания, умения и навыки вычисление определенного интеграла, площадь криволинейной трапеции.

Порядок выполнения работы:

1. Изучите краткие теоретические сведения. Ответьте на контрольные вопросы:
   а) Что называется первообразной функции?

   б) Сформулируйте основное свойство первообразной.

   в) Сформулируйте три правила нахождения первообразных.

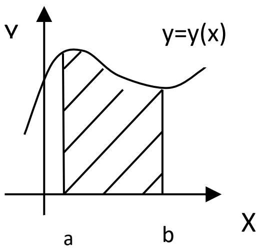
   г) Что называется криволинейной трапецией? Чему равна площадь криволинейной трапеции.

   д) Сформулируйте определение интеграла.

2. Изучить краткие теоретические сведения и сделать конспект в тетради.

3. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет о работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.



Площадь криволинейной трапеции.

Криволинейной трапецией называют фигуру, которая ограничена: Рис1.

- сверху - графиком непрерывной функции *y=y(x)*
- снизу – осью ОХ (*y=0*)
- слева – прямой$x=a$
- справа – прямой$x=b$

Число, равное площади криволинейной трапеции, изображенной на рисунке 1, называют *определенным интегралом* от функции $f(x)$ в пределах от a до b и обозначают

$\boxed{S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)}$ - формула Ньютона-Лебница

Здесь *F(a)* — это значение первообразной функции *f(x)* в точке *a, F(b)*- значение этой же функции *f(x)* в точке *b*.

Читается так: «Интеграл от a до b от функции $f(x)$ по dx»

$f(x)$ называют *подынтегральной функцией*, переменную x называют *переменной интегрирования*, отрезок $[a, b]$ называют *отрезком интегрирования*, число b называют *верхним пределом интегрирования*, а число a – *нижним пределом интегрирования*.

Утверждение. Геометрический смысл определённого интеграла в том, что его значение равно площади соответствующей криволинейной трапеции.

Замечание. Нахождение определенных интегралов с использованием формулы Ньютона–Лейбница осуществляется в два шага: на первом шаге, используя технику нахождения неопределенного интеграла, находят некоторую первообразную *F(x)* для подынтегральной функции *f(x)*;на втором применяется собственно формула Ньютона-Лейбница – находится приращение первообразной, равное искомому интегралу.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.	**Вариант 2.**
Задание 1. Вычислите интегралы:	
А) $\int_{-1}^{2} x^2dx$; Б) $\int_{-1}^{0}(x^3+2x+2)dx$, В) $\int_0^{\frac{\pi}{12}}(1+cos2x)dx$.	А) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} -2sinxdx$; Б)$\int_{-2}^{3}(4x^3-3x^2+2x+1)dx$; В) $\int_4^5(4-2x)^3dx$
Задание 2. Докажите справедливость равенства	
$\int_0^1(2x+1)dx=\int_0^2(x^3-1)dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}}cosxdx=\int_0^{\sqrt[3]{3}}x^2dx$
Задание 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями	
$\mathrm{y}=-3\mathrm{x}^2, \mathrm{y}=0, \mathrm{x}=1$ и $\mathrm{x}=2$.	$y=x^2-4$ и$y=0$.

Практическая работа 35.

Тема: *Решение задач на применение интеграла в физике и геометрии.*

Цель: рассмотреть применение интегралов к решению физических задач, проиллюстрировать реализацию межпредметной связи математического анализа с физикой. Выработать умения вычислять площади плоских фигур с помощью интеграла

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Приложение интеграла к решению физических задач

Величина	Вычисление производной	Вычисление интеграла
A – работа; **F** - сила; **N** – мощность.	F(x) = A/ (x); N(t) = A/ (t).	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$; $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$.
S – перемещение; **V** – скорость.	v(t) = S/ (t).	$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$.
Q – электрический заряд; **I** – сила тока.	I(t) = Q/ (t).	$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$.

1. *Путь при прямолинейном движении тела*

Путь, пройденный телом со скоростью v(t) за отрезок времени [t_1,t_2], выражается интегралом $\boxed{S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt}$.

Пример 1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой v=2t+3t^2 (м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.

Решение: применим формулу: $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$ тогда имеем:

$S = \int_0^5 (2t + 3t^2)dt = (t^2 + t^3)|_0^5 = 150\ (м)$ Ответ: 150м

2. *Вычисление работы силы*

Пусть под действием некоторой силы f(x) материальная точка М движется по прямой в направлении оси Ох. Требуется найти работу, произведенную силой f(x) при перемещении точки М из положения $x=x_1$ в положение $x=x_2$.

1) Если сила постоянна f(x)=C, то работа выражается следующим образом $A=C(x_2-x_1)$.

2) Если сила переменная величина, то $\boxed{A = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx}$.

Пример 2. Сжатие S винтовой пружины пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 5 см, если для сжатия ее на 1 см нужна сила 10 Н.

Решение. Сила F и перемещение S по условию связаны зависимостью F=kS, k-постоянная (закон Гука). Выразим S в метрах, F – в ньютонах. При S = 0,01 м F=10 Н, т.е. 10=k·0,01, откуда k= 1000, F=1000S. Применим формулу:

$$A = \int_0^{0,05} 1000S\,dS = 1000\left.\frac{S^2}{2}\right|_0^{0,05} = 1,25\,Дж$$

Ответ: 1,25 Дж

3. *Количество электричества*

Количество электричества (электрический заряд) за промежуток времени $[t_1;t_2]$ при известной силе тока I= I(t) вычисляется по формуле: $\boxed{Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt}$

Пример 3. Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени [3;4],, если сила тока задается формулой $I(t) = 3t^2 - 2t$ (А).

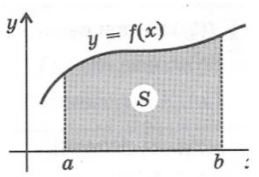
Решение. Количество электричества $Q = \int_3^4 (3t^2 - 2t)dt = (t^3 - t^2)|_3^4 = (4^3 - 4^2) - (3^3 - 3^2) = 30$ *Кл* Ответ: 30Кл

Приложение интеграла к решению задач в геометрии

4. *Вычисление площади фигуры.*

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная сверху графиком непрерывной функции *y=f(x),* снизу отрезком [a;b] оси Ох, а с боков отрезками прямых *x=a, x=b*

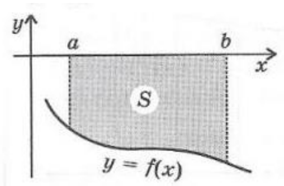
Площадь криволинейной трапеции можно вычислить с помощью определённого интеграла



$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) - F(b)$$

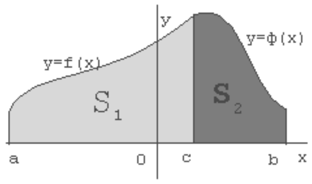
Частные случаи:

1) график расположен ниже оси Ох (когда $f(x) < 0$ на [a,b])



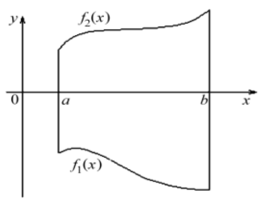
$$S = -\int_a^b f(x)dx = \left|\int_a^b f(x)dx =\right|$$

2) $S = S_1 + S_2$



$$S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b \varphi(x)dx$$

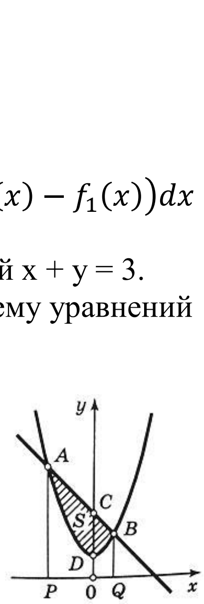
3) фигура ограничена двумя кривыми $f_1(x)$, $f_2(x)$ и прямыми *x=a* и *x=b*



$$S = \int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx$$

Пример 4. Определить площадь, ограниченную параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $x + y = 3$.

Решение. Построим графики заданных функций. Для этого, решая систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ находим абсциссы точек пересечения $x_1 = -2$ и $x_2 = 1$.



Полагая $y_2 = 3 - x$ и $y_1 = x^2 + 1$, на основании частного случая 3 получаем:

$$S = \int_{-2}^1 \left((3 - x) - (x^2 + 1)\right)dx = \int_{-2}^1 (2 - x - x^2)dx = \left(2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^1 = \left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(-4 - 2 + \frac{8}{3}\right) = 4,5$$ (кв. ед)

Задачи для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Скорость движения точки изменяется по закону *v(t) (м/с)*. Найти путь *S(t)*, пройденный точкой за *t* секунд:	
$v(t) = 3t^2 - 2t - 1$ (м/с), $t = 5c$	$v(t) = 9t^2 - 8t$ (м/с), $t = 4c$
Задание 2. Вычислите работу за промежуток времени $[t_1;t_2]$, если мощность вычисляется по формуле	
$N(t) = 6\sqrt{t} + t^2$, [4;9]	$N(t) = \frac{6}{\sqrt{t}} + 1$, [1;4]
Задание 3. Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени $[t_1;t_2]$, если сила тока задается формулой:	
$I(t) = 4t^3 + 2t$ (A), [0;3]	$I(t) = 2t - 3$ (A), [1;5]
Задание 4. Определить площадь фигуры, ограниченную параболой и прямой:	
$y = x^2 + 5$, $x + y = 6$	$y = x^2 - 5$, $x - y = 6$

Практическая работа 36.

Тема: *Относительная частота события*

Цель: изучение связи между вероятностью события и относительной частотой его появления в серии независимых испытаний.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет по работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Пусть некоторый опыт проводится “n” раз. Наблюдаемое событие А появляется “k” раз (k=0,1,2,..,n)

$\boxed{P^*(A)=K/n}$

Относительная частота события а:

$\boxed{P^*(A)= (A)/n}$ K=n(A)

Относительная частота имеет следующие свойства:

1) P*(Ω)=1 (т.к К=n) 0≤P(A*)≤1

2) P*(ø)=0 (Т.к К=0)

3)Если AB= ø , то P*(A+B)= P*(A)+P*(B)

4) Свойство устойчивости:

При большом числе испытаний (n→∞)

P*(A) → P(A) [вероятность события A]

На практике за вероятность события принимается относительная частота этого события при достаточно большом числе “n” проверенных опытов.

Примеры решения задач

Задача 1. По статистике на каждые 1000 лампочек приходится 3 бракованных. Какова вероятность купить исправную?
Решение:
A={исправная лампа} n(A)=1000-3=997
n=1000
P*(A)=n(A)/n=997/1000=0,997
Задача 2. Демографы утверждают, что вероятность рождения близнецов ≈0,012. В скольких случаях из 10000 рождений можно ожидать появление близнецов?
Решение:
A={рождение близнецов}; n= 10000
P*(A) = 0,012 Найти: n(A)
P*(A) = n(A)/n=> n(A)=np*(A)
n(A)=10000*0,012=120
Ответ: 120
Задача 3. Если вероятность события A составляет 30%, то можно ли утверждать, что при проведении 900 соответствующих элементов события A наступит ровно в 270 из них?
Решение:
P(A)=0,3; n=900n(A)=p*(A)*n≈270, т.е нельзя утверждать, что ровно 270.
P*(A) ≈0,3
Задача 4. Из пруда было выловлено 90 рыб, которых пометили и выпустили обратно в пруд. Через неделю из пруда выловили 84 рыбы, из которых 5 оказались помеченными. Сколько приблизительно рыб в пруду?
Решение:
A={помеченные рыбы}
n-число в пруду P*(A)=90/n≈5/84=>n≈(90*84)/5=1512 Ответ: 1512

Задачи для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
1. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными. 2. В цехе работают 10 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины. 3. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы 2 шара оказались белыми, а один черным? 4. Отдел технического контроля обнаружил 15 бракованных ламп в партии из случайно отобранных 200 ламп. Найти относительную частоту появления бракованных ламп. 5. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. найти число годных	1. В урне имеется 20 шаров, среди которых 12 красного цвета. Из урны наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что извлеченные шары не красные. 2. В партии из 15 деталей имеется 3 стандартных. Наудачу отобраны 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 2 стандартных. 3. В группе 20 юношей и 10 девушек. Сколькими способами можно избрать трех юношей и двух девушек для участия в слете студентов? 4. По цели произведено 40 выстрелов, причем зарегистрировано 37 попаданий. Найти относительную частоту промахов. 5. При испытании партии телевизоров относительная частота бракованных телевизоров оказалась равной 0,15. найти число качественных телевизоров, если было проверено 400 телевизоров.

приборов, если всего было проверено 250 приборов.	

Практическая работа 37.

Тема: *Оценка вероятности события*

Цель: сформировать умение применять правила формулы теории вероятностей к решению практических задач на вычисление вероятности.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет по работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Событие – это любое явление, которое происходит или не происходит или результат испытаний, наблюдений и явлений. События обозначают заглавными латинскими буквами A, B, C, …

Долю успеха того или иного события называют вероятностью этого события и обозначают P(A)

Если в некотором испытании существует ***n*** равновозможных попарно несовместных исходов и ***m*** из них благоприятствуют событию А, то *вероятностью наступления события* А называют отношение $\frac{m}{n}$ и записывают P(A) = $\frac{m}{n}$

Пример: Найти вероятность появления при одном бросании игральной кости числа очков, большего 4.

Решение: А – « появление числа очков, большего 4» $n = 6$ - число всех исходов, $m = 2$ – благоприятствующих событию А (5, 6)

P(A) = $\frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Ответ: P(A) = $\frac{m}{n} = \frac{1}{3}$

События *A* и *B* называются *равными*, если каждое из них является частным случаем другого. Равенство событий *A* и *B* записываем *A =B*.

Суммой (объединением) двух событий *A* и *B* (обозначается *A*+*B*, *A* ^{или} *B*) называется такое событие, которое заключается в том, что происходит хотя бы одно из событий, т.е. *A* или *B*, или оба одновременно.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: P(A+B)=P(A)+P(B).

Вероятность суммы двух совместных событий А и В равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, т.е. P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).

Пример. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета?

Решение. Пусть событие A_i ={выигрыш по i -му билету}, i =1, 2, 3, 4. События A_i - совместные, но зависимые.

а) По формулам (8) и (4) вероятность выигрыша хотя бы по одному из двух билетов

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) =$$
$$= \frac{5}{100} + \frac{5}{100} - \frac{5}{100} \cdot \frac{4}{99} = 0{,}098.$$

Заметим, что сформулированная теорема справедлива для любого числа несовместных событий:

Если случайные события A_1, A_2, ..., A_n образуют полную группу несовместных событий, то имеет место равенство

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1$$

События событий *A* и *B* называются независимыми, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого.

Событие *A* называется зависимым от события *B*, если вероятность события *A* меняется в зависимости от того, произошло событие *B* или нет.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту. 2. Контролёр, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относится ко 2-му сорту, а остальные к 1-му. Найдите вероятность: а) выбора изделия 1-го сорта; б) выбора изделия 2-го сорта. 3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 6 ? 4. В коробке находятся 250 лампочек, из них 100 по 100 Вт, 50 - по 60 Вт, 50 – по 25 Вт и 50 –по 15 Вт. Вычислить вероятность того, что мощность любой взятой наугад лампочки не превысит 60 Вт.	1. Пусть имеется 80 деталей, среди которых 60 исправных, а 20 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется исправной. 2. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Определить вероятность того, что взятая на удачу деталь окажется стандартной. 3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 5 ? 4. На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено первой бригадой, 15- второй и 10 – третьей. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная второй или третьей бригадой.

Практическая работа 38.

Тема: *Обработка статистических данных. Графическое их представление*

Цель: *научиться обрабатывать экспериментальные данные, строить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, полигон и гистограмму ряда, определять его характеристики.*

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет по работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Определение. Совокупность всех мысленно возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений определенной случайной величины называется *генеральной совокупностью.*

Генеральная совокупность бывает конечной или бесконечной в зависимости от того, конечна или бесконечна совокупность составляющих её элементов.

Определение. Часть отобранных объектов из генеральной совокупности называется *выборочной совокупностью или выборкой.*

Выборка бывает представительной (репрезентативной) – это означает, что объекты выборки достаточно хорошо представляют генеральную совокупность.

Репрезентативность выборки обеспечивается случайностью отбора, т.е. любой объект выборки отобран случайно.

Существует несколько способов отбора:

1) Каждый вынутый объект возвращается обратно. Такая выборка называется – случайной выборкой с случайной повторной возвратом.

2) Каждый вынутый объект не возвращается обратно (случайной без повторной).

Если объём генеральной совокупности велик, то различие между выборками с возвратом и без возврата, незначительно, и тактически не сказывается на окончательных результатах.

В таких случаях как правило, используют выборку без возврата. Если генеральная совокупность имеет не очень большой объём, то различие между указательными выборками будет существенным.

Вариационные ряды

1) Дискретный вариационный ряд.

Обычно получены наблюдаемые данные представляют собой множество расположенных в беспорядке чисел и по ним трудно установить закономерность. Для изучения закономерностей значений случайной величины подвергаются обработке.

Определение. Операция, заключающаяся в том, что результаты наблюдений над случайной величиной, т.е. наблюдаемые значения случайной величины, располагают в порядке неубывания, называется *ранжированием опытных данных*.

Пример. На телефонной станции проводились наблюдения над числом X неправильных соединений в минуту. Наблюдения в течение часа дали следующие результаты:3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2,1,4,3,3,1,4,2,2,1,1,2,1,0,3,4,
1,3,2,7,2,0,0,1,3,3,1,2,4,2,0,2,3,1,2,5,1,1,0,1,1,2,2,1,1,5.

После проведения операции ранжирования имеем ранжированный ряд: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1(17), 2(16), 3(10), 4(6), 5, 5, 7.

Разобьём ранжированный ряд на группы, так чтобы в каждом отдельной группе значения случайной величины будут одинаковы: имеем семь групп: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 – варианты.

Определение. Значение случайной величины, соответствующие отдельной группе сгруппированного ряда наблюдаемых данных, называется *вариантом*, а изменение этого значения – *варьированием.*

Варианты будем обозначать x_i ,y_j ,z_k , где i, j, k - номер группы.

$x_1=0$, $x_2=1$,$x_3=2$,$x_4=3$, $x_5=4$, $x_6=5$, $x_7=6$.

Для каждой группы можно определить число, которое показывает сколько раз встречается соответствующий вариант в ряде наблюдений.

Определение. Численность отдельной группы сгруппированного ряда наблюдаемых данных называется частотой или весом соответствующего варианта и обозначается m_i, где i – индекс варианта.

$p = \frac{m_i}{n}$,n– объём выборки. $p_1 = \frac{8}{60}$, $p_2 = \frac{17}{60}$, $p_3 = \frac{16}{60}$, $p_4 = \frac{10}{60}$, $p_5 = \frac{6}{60}$, $p_6 = \frac{2}{60}$, $p_7 = \frac{1}{60}$

Частность каждого варианта стремится к вероятности

Составим дискретный вариационный ряд:

Индекс	1	2	3	4	5	6	7
Число неправильных соединений в мин	0	1	2	3	4	5	7
Частота	8	17	16	10	6	2	1
Частность							=1

Определение. Полигоном частот (относительных частот) называется ломаная, соединяющая точки, координаты которых варианты и их частоты (относительные частоты).

Определение. Гистограммой частот (относительных частот) называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основания которых – частичные интервалы, длинною h и высотою $\frac{n_i}{h}$ $\left(\frac{\omega_i}{h}\right)$

Определение. *Дискретным вариационным рядом* распределения называется ранжированная совокупность вариантов x_i с соответствующими им частотами или частностями.

Для определения норм выработки хронометрировали время (в секундах) изготовления валов.

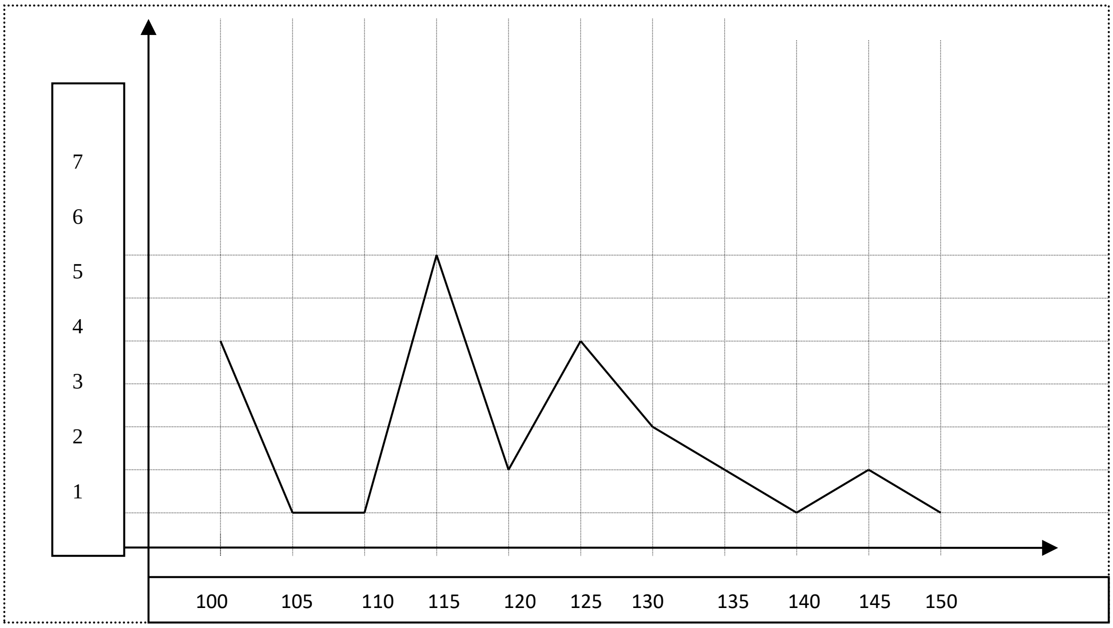
100, 115, 100, 100, 100, 115, 135, 140, 125, 115, 115, 130, 125, 130, 150, 145, 125, 115,110, 120,115, 120, 125, 135, 145, 130, 125,115, 100, 105.

Найдите статистическое распределение данной величины, постройте полигон частот, и гистограмму, при m =5.

1. Составим сначала статистическое распределение:

X	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
N	5	1	1	7	2	5	3	2	1	2	1

Построим полигон частот:



Построим гистограмму: Найдем размах выборки:

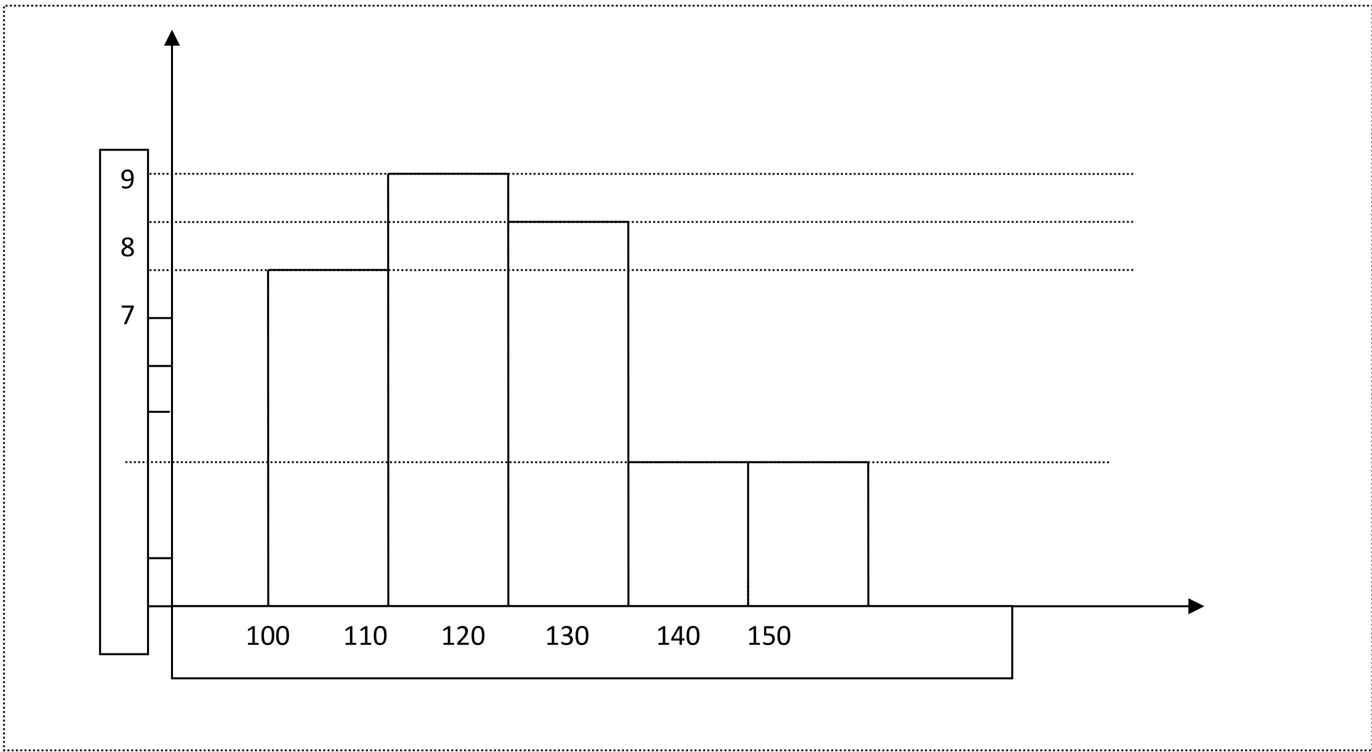
R= «наибольшее значение» - «наименьшее значение»,

R=150 – 100 = 50.

Найдем шаг разбиения $\Delta = \frac{R}{m}$. $\Delta = 50:5 = 10$.

Разобьем нашу выборку на промежутки длина каждого из которых будет равняться 10.

промежуток	[100,110]	(110,120]	(120,130]	(130,140]	(140,150]
Число выпвдений	7	9	8	3	3



Задачи для самостоятельного решения.

Вариант 1.	***Вариант 2***
В ходе опроса 40 студентов было выяснено, сколько времени (с точностью до 0,5 ч.) они затрачивают в неделю на занятиях в кружках и спортивных секциях. Получили следующие данные:5; 1,5; 0; 2,5; 1; 0; 0; 2; 2; 2,5; 3,5; 4; 5; 3,5; 2,5; 0; 1,5; 4,5; 3; 3; 5; 3,5; 4; 3,5; 3; 2,5; 2; 1; 2; 2; 2; 4,5; 4; 3,5; 2; 5; 4; 2; 2,5; 0; 0; 3. Сделайте первичную обработку данных, сведя данные в таблицу и проанализируйте полученные результаты. Постройте полигон распределения.	Администрация решила проверить математическую подготовку студентов. С этой целью был составлен тест, содержащий 8 заданий. Работу выполняли 22 человек. При проверке каждой работы, преподаватель отмечал число верно выполненных заданий. В результате был составлен такой ряд чисел: 6,4,0,4,5,7,1,6,8,7,5,4,3,5,4,7,6,2,3,3,5,4. Сделать первичную обработку данных и проанализировать. Построить полигон распределения.

Практическая работа 39.

Тема: *Операции с множествами*

Цель работы: усвоить понятие множества и способы его задания; приобрести практические навыки по: выполнению операций над множествами, заданными своими элементами, а также с применением тождеств алгебры множеств, иллюстрированию операций на диаграммах Эйлера-Венна.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет по работе.

Краткие теоретические сведения

1. Понятие о множестве

Под ***множеством*** понимают объединение в одно целое объектов, связанных между собой неким свойством. Термин "***множество***" в математике не всегда обозначает большое количество предметов, оно может состоять из одного элемента и вообще не содержать элементов, тогда его называют ***пустым*** и обозначают $\emptyset$.

Конечное множество состоит из конечного числа элементов, например, множество страниц в книге, множество студентов в группе и т.д.

Бесконечное множество состоит из бесконечного числа элементов, т.е. это множество, которое не является ни конечным, ни пустым. Например: множество действительных чисел, множество точек плоскости, множество атомов во Вселенной и т.д.

Мощностью конечного множества называется количество его элементов. Мощность множества $\boldsymbol{A}$ обозначается $\boldsymbol{m(A)}$.

Пример 1. Определите мощность какого из множеств $\boldsymbol{A = \{1;3;5;7;9\}}$ или $\boldsymbol{B = \{2;4;6;8\}}$ больше.

Решение. Понятие мощности конечных множеств позволяет сравнивать их по количеству элементов.

Так, если $\boldsymbol{A=\{1;3;5;7;9\}}$, а $\boldsymbol{B = \{2;4;6;8\}}$, то $\boldsymbol{m(A) = 5}$, а $\boldsymbol{m(B) = 4}$ и потому $\boldsymbol{m(A) > m(B)}$.

Два множества $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ называются ***равными,*** если они состоят из одних и тех же элементов, т. е. если каждый элемент множества $\boldsymbol{A}$ принадлежит множеству $\boldsymbol{B}$ и, обратно, каждый элемент $\boldsymbol{B}$ принадлежит $\boldsymbol{A}$. Следовательно, два множества ***равны,*** если каждое из них является подмножеством другого ($\boldsymbol{A = B \Leftrightarrow (A \subset B}$ **и** $\boldsymbol{B \subset A)}$).

Множества обычно обозначаются большими буквами $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$,…, а их элементы - малыми: ***a***, ***в***, ***с***…

Запись $\boldsymbol{a \in A}$ означает, что элемент ***a*** принадлежит множеству $\boldsymbol{A}$, то есть ***a*** является элементом множества $\boldsymbol{A}$. В противном случае, когда ***a*** не принадлежит множеству $\boldsymbol{A}$, пишут $\boldsymbol{a \notin A}$.

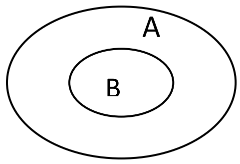
Для задания множества следует:

1. Перечислить его элементы, например $\boldsymbol{A}$={2;6;15} (множество $\boldsymbol{A}$ состоит из трёх элементов - целых чисел 2, 6, 15).
2. Указать свойства элементов множества, например $\boldsymbol{A}= \{\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x}^2 \le 4\}$ - множество чисел $\boldsymbol{x}$, удовлетворяющих указанному условию $\boldsymbol{x}^2 \le 4$.
3. Графически (с помощью диаграмм Эйлера- Венна)

Таким образом, множество однозначно определяется его элементами и не зависит от порядка записи этих элементов.

Например, множество из трех элементов ***a, b, c*** допускает шесть видов записи:

$\{\boldsymbol{a, b, c}\} = \{\boldsymbol{a, c, b}\} = \{\boldsymbol{b, a, c}\} = \{\boldsymbol{b, c, a}\} = \{\boldsymbol{c, a, b}\} = \{\boldsymbol{c, b, a}\}$.



Множество $\boldsymbol{B}$ называют ***подмножеством*** множества $\boldsymbol{A}$, если любой элемент множества $\boldsymbol{B}$ является элементом множества $\boldsymbol{A}$. Обозначается $\boldsymbol{B \subset A}$.

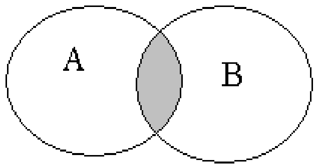
Множество - $\boldsymbol{A}$={1;2;3;4;5;6;7;8;9}, множество - **B**={1;3;5;7;9}

Пример 2. Пусть $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ - подмножества множества $\boldsymbol{N}$: $\boldsymbol{A}$={1;2;6;18}; $\boldsymbol{B}$={6;1;18}; $\boldsymbol{C}$={2;18;6;1}. В этом случае $\boldsymbol{A = C}$; $\boldsymbol{C \subset A}$ и $\boldsymbol{A \subset C}$, $\boldsymbol{B \subset A}$.

2. Операции над множествами.

1. Пересечение множеств

Пусть даны два множества A и B.



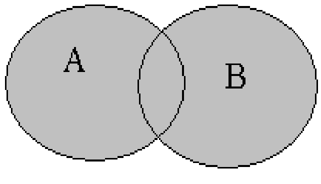
Пересечением (произведением) множеств **A** и **B** называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно и множеству A, и множеству B. Обозначают пересечение множеств **A ∩ B**. **A∩B = {x | x ∈ A и x ∈ B}**. Аналогично определяется пересечение любого числа множеств. Графически удобно пересечение множеств изображать в виде общей части двух или более кругов Эйлера–Венна

Пример 3.

1. A = {2n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 2, B = {3n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 3, тогда A ∩ B = {6n | n ∈ N} — множество чисел, делящихся на 6.

2. A — отрезок [0; 5], B — отрезок [2; 7], тогда A ∩ B — отрезок [2; 5].

2. Объединение множеств



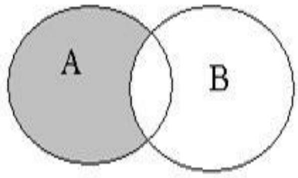
Объединением (суммой) двух множеств **A** и **B** называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B. Обозначают объединение множеств **A ∪ B**.   **A ∪ B = {x | x ∈ A или x ∈ B}.**

Аналогично определяется объединение любого числа множеств.

Пример 4.

1. A = {1; 2; 3; 4; 6; 12}, B = {1; 2; 3; 6; 9; 18}, тогда A ∪ B = {1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18}.

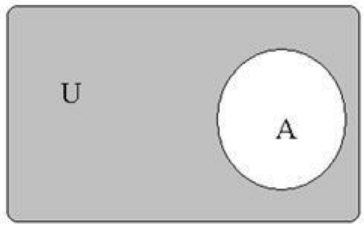
2. A = [0; 7], B = [3; 10], тогда A ∪ B = [0; 10].



3. Разность множеств

Разностью (дополнением) множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, множества A, не принадлежащих множеству B. Обозначают разность множеств **A \ B** . **A \ B = {x | x ∈ A и x ∉ B}.**

Часто при решении задач вводят универсальное множество U — это самое большое множество элементов, рассматриваемых в задаче.



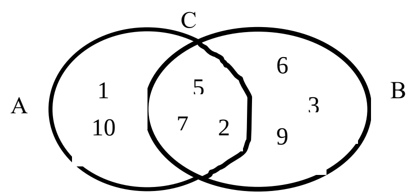
Дополнением множества A до универсального называется множество элементов универсального множества, не принадлежащих множеству A. Обозначают дополнение множества $\overline{A}$. $\overline{A}$**= U \ A= {x | x ∈ U, x∉A}**

Пример 5

1. A = [–2; 0), B = [–1; 3). Тогда A \ B = [–2; –1), а B \ A = [0; 3).

2. A = {1; 2; 3}, B = {2; 3; 4}. Тогда A\B = { 1 }

Пример 6. Найти множество, являющееся пересечением множеств A = {1;2;5;7;10} и B = {2;3;5;6;7;9}, и мощность найденного множества. Построить диаграммы Эйлера-Венна.



<u>Решение</u>. По определению операции пересечения, искомое множество C будет состоять из тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству A и множеству B. То есть C = A∩ B = {2;5;7}, m (C) = 3.

Ответ: C = A ∩B = {2;5;7}. m (C) = 3.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

Вариант 1.	*Вариант 2.*
Найти множество, являющееся разностью множеств A ={1;2;5;7;10} и B={2;3;5;6;7;9}, и мощность найденного множества. Построить диаграммы Эйлера-Венна.	Найти множество, являющееся объединением множеств A={1;2;5;7;10} и B = {2;3;5;6;7;9}, и мощность найденного множества. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

Задание 2

а) найдите для каждой пары подходящее универсальное множество;

б) связаны ли пары одним из соотношений: =, ⊂, ⊃;

в) найдите пересечение A ∩ B;

г) найдите разности A\B, B\A;

д) найдите $A \cup B$;

е) изобразите каждую пару множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

Вариант 1.	***Вариант 2.***
1) A={а, б, в, г, д, е}, B={а, в, д, ж}; 2) A={г, д, е}, B={а, б, в}; 3) A={2;4;6;8}, B={2}; 4) A={1;2;3;4;…}, B={1;4;9;16; …}.	1) A={а, б, в}, B={а, б, в, г, д}; 2) A={е, д, г}, B={г, д, е}; 3) A={3;5;7;9}, B={3}; 4) A={8, 10, 12,…}, B={2, 4, 6, 8,…}.

Задание 3.

Вариант 1	***Вариант 2***
1. Даны множества M = [2; 2,74), N={x: x<8}. Найти M∩N, M∪N, M\N, N\M. 2. Равны ли следующие множества: а) A = {1;2;3}, B = {I;II;III}; б) A= $\{\sqrt{256}, \sqrt{81}, \sqrt{16}, \sqrt{1}\}$,B={1^2;2^2;3^2;4^2}. (квадратные корни – арифметические) 3. Найдите объединение, пересечение, разность множеств A и B, если A = [3; 7], B = [0;9]. Определите мощность каждого множества.	1. Даны множества M = (-42; 17), N={5;17}. Найти M∩N, M∪N, M\N, N\M. 2. Равны ли следующие множества: а) A = {2, 4, 6}, B = {6;4;2}; б) A ={{1, 2}; {2, 3}}, B = {2;3;1}. 3. Найдите объединение, пересечение, разность множеств A и B, если A = [-8; 7], B = [1;8]. Определите мощность каждого множества.

Практическая работа 40.

Тема: «Построение графа по условиям ситуационных задач»

Цель работы: формировать умение выполнять действия над графами.

Порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме сделать запись в тетрадь
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет по работе.

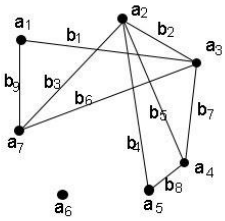
КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Граф– это конечное множество точек – *вершин*, которые могут быть соединены линиями – *ребрами*.

В качестве примеров графов могут выступать чертежи многоугольников, электросхемы, схематичное изображение авиалиний, метро, дорог и т.п. Генеалогическое дерево также является графом, где вершинами служат члены рода, а родственные связи выступают в качестве ребер графа.

Схема Санкт-Петербургского метро	*Электрическая схема*

Чертежи многоугольников	*Генеалогическое дерево*



Примеры графов

Число ребер, которое принадлежит одной вершине, называется ***степенью вершины графа***. Если степень вершины нечетное число, вершина называется – *нечетной*. Если степень вершины число четное, то и вершина называется *четной*.

Нуль-граф – это граф, состоящий только из изолированных вершин, не соединенных ребрами.

Полный граф – это граф, каждая пара вершин которого соединена ребром. N-угольник, в котором проведены все диагонали, может служить примеров полного графа.

Если в графе выбрать такой путь, когда начальная и конечная точка совпадают, то такой путь называется ***циклом графа***. Если прохождение через каждую вершину графа происходит не более одного раза, то цикл называется *простым*.

Если в графе каждые две вершины связаны ребром, то это ***связанный*** граф. Граф называется ***несвязанным***, если в нем есть хотя бы одна пара несвязанных вершин.

Если граф связанный, но не содержит циклов, то такой граф называется ***деревом***.

Характеристики графов

Путь графа– это такая последовательность, в которой каждые два соседних ребра, имеющих одну общую вершину, встречаются только один раз.

Длина кратчайшей цепи из вершин *a* и b называется ***расстоянием*** между вершинами *a* и b.

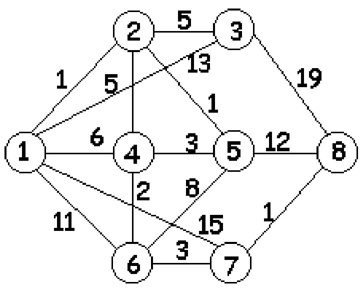
Вершина *a* называется ***центром*** графа, если расстояние между вершиной *a* и любой другой вершиной является наименьшим и из возможных. Такое расстояние есть ***радиус*** графа.

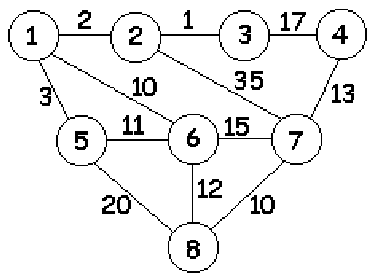
Максимально возможное расстояние между двумя любыми вершинами графа называется ***диаметром*** графа.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1. Дан граф А) Запишите количество ребер и вершин графа; В) Определить кратчайший путь из вершины 1 в вершину 8 для графа, представленного на рисунке; С) Запишите номера вершин, имеющих одинаковую степень:

Вариант 1	**Вариант 2**



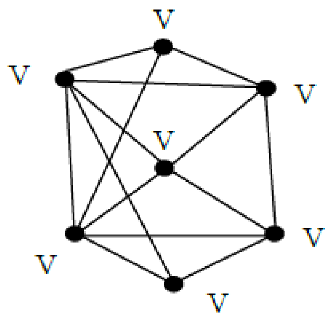
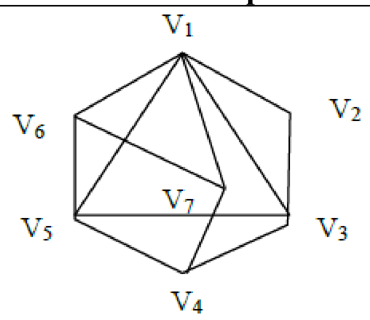


Задание 2. Граф задан диаграммой.

А) Составьте маршруты длины 5 из вершиныV2 в вершину V5. Составьте простую цепь, соединяющую эти вершины.

В) Постройте простой цикл, содержащий вершину V4.

С) Определите вид заданного графа

Вариант 1	**Вариант 2**
	

Задание 3. В таблице приведена стоимость перевозок между соседними железнодорожными станциями. Числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите схему, соответствующую таблице.

Вариант 1

	A	B	C	D	E	F
A		2				
B	2		3	2	3	
C		3			2	
D		2			1	
E		3	2	1		6
F					6	

Вариант 2

	A	B	C	D	E	F
A		4				
B	4		6	3	6	
C		6			4	
D		3			2	
E		6	4	2		5
F					5	

Практическая работа 41.

Тема: *Решение текстовых задач профессионального содержания*

Цель: сформировать умения решать задачи прикладного характера, сводящихся к составлению уравнений, неравенств и их систем.

Порядок выполнения работы:

1. Вспомнить основные приемы решения линейных уравнений и систем уравнений.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Двум дорожно-строительным бригадам поручено строительство шоссейной дороги между пунктами А и В. В течение 40 дней бригады работали отдельно, сначала первая, потом вторая, причем одна из них выполнила 1/3, а другая 1/6 всей работы. На 41 день бригады стали работать совместно и оставшуюся часть дороги построили за 18 дней. Определить, за сколько дней каждая бригада, работая отдельно, могла бы построить шоссе

2. Ремонт одного и того же автомобиля Виктор и Алексей делают за 8 дней, как и Андрей вместе с Виктором, при этом Алексей с Андреем могут выполнить этот ремонт за 12 дней. Сколько дней длиться ремонт, если все три автомеханика будут работать одновременно?

3. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 95 км/ч, следующие два часа — со скоростью 45 км/ч, а затем один час — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Вариант 2

1. Колонне автомашин было дано задание перевезти со склада в речной порт 60 т груза. В связи с неблагоприятными условиями погоды на каждый автомобиль пришлось грузить на 0,5 т меньше, чем предполагалось ранее. В связи с этим колонну пополнили еще четырьмя машинами. Сколько автомобилей было в колонне первоначально?

2. Два каменщика могут выложить стену за 6 часов. Через три часа после начала работы второй каменщик получил травму и ушёл, после чего первый закончил работу за 4 часа. Сколько часов потребовалось бы для того, чтобы выложить стену, второму каменщику, если бы он не получил травму и работал один?

3. Автомобиль ехал 1,5 часа со скоростью 40 км/ч, 2,5 часа – со скоростью 60 км/ч, оставшуюся часть пути – со скоростью 75 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля, если всего он потратил 5 часов. Ответ укажите в км/ч.

Практическая работа 42.

Тема: *Решение текстовых задач профессионального содержания.*

Цель: сформировать умения решать задачи прикладного характера, сводящихся к составлению уравнений, неравенств и их систем.

Порядок выполнения работы:

1. Вспомнить основные приемы решения линейных уравнений и систем уравнений.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1

1. На АЗС первый насос наполняет емкость за 30 минут, второй – за 48 минут, а третий – за 1час 20 минут. За сколько минут наполнят емкость три насоса, работая одновременно?

2. Первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй рабочий, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 192 деталей, на 4 часа раньше, чем второй рабочий выполняет заказ, состоящий из 224 таких же деталей. Сколько деталей делает в час второй рабочий?

Вариант 2

1. Машинами перевозят груз, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что в первый день перевезено 27 тонн груза. Определите, сколько тонн груза было перевезено за 6 дней, если в шестой день перевезли 507 тонн.

2. Первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй рабочий, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 96 деталей, на 2 часа раньше, чем второй рабочий выполняет заказ, состоящий из 112 таких же деталей. Сколько деталей делает в час второй рабочий?

Практическая работа 43.

Тема: *Решение текстовых задач профессионального содержания*

Цель: сформировать умения решать задачи прикладного характера, сводящихся к составлению уравнений, неравенств и их систем.

Порядок выполнения работы:

1. Вспомнить основные приемы решения линейных уравнений и систем уравнений..
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1

1. Два цеха на заводе изготовляют одинаковые станки. По плану вместе они должны выпускать 360 станков в год. Однако, первый цех перевыполнил план на 12%, а второй - на 15%. Известно, что оба завода выпустили сверх плана 48 станков. Сколько станков изготовили первый и второй цеха?
2. Токарю необходимо сделать 90 деталей, а ученику – 35. Первые 30 деталей токарь делал с производительностью, вдвое большей, производительности ученика. Остальные 60 деталей он делал, повысив производительность ещё на 2 детали. Токарь свою работу закончит не раньше ученика, чем на 1 час. Однако, если бы токарь и первые 30 деталей делал с такой же производительностью, как оставшиеся 60, то он закончил бы работу не раньше чем через 30 минут после ученика. Какова производительность ученика?

Вариант 2

1. Два цеха на заводе изготовляют одинаковые станки. По плану вместе они должны выпускать 180 станков в год. Однако, первый цех перевыполнил план на 12%, а второй - на 15%. Известно, что оба завода выпустили сверх плана 24 станков. Сколько станков изготовили первый и второй цеха?
2. Токарю необходимо сделать 120 деталей, а ученику – 65. Первые 40 деталей токарь делал с производительностью, вдвое большей, производительности ученика. Остальные 80 деталей он делал, повысив производительность ещё на 2 детали. Токарь свою работу закончит не раньше ученика, чем на 1 час. Однако, если бы токарь и первые 40 деталей делал с такой же производительностью, как оставшиеся 80, то он закончил бы работу не раньше чем через 30 минут после ученика. Какова производительность ученика?

Практическая работа 44.

Тема: *Решение текстовых задач профессионального содержания.*

Цель: сформировать умения решать задачи прикладного характера, сводящихся к составлению уравнений, неравенств и их систем.

Порядок выполнения работы:

1. Вспомнить основные приемы решения линейных уравнений и систем уравнений..
2. Изучить условие заданий для практической работы.

3. Оформить отчет о работе

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Магазин в первый день продал половину привезённых мешков сахара да ещё мешка сахара; во второй день часть остатка да ещё мешка сахара, а в третий день магазин продал оставшихся 33 мешка. Сколько всего мешков сахара было привезено в магазин?

2. Имеются два раствора серной кислоты в воде: первый – 40%-й, второй- 60%-й. Эти два раствора смешали , после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20% раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получился бы 70%-й раствор. Сколько было 40%-го раствора и 60%-го раствора?

3. Из пункта А в пункт В, находящийся на расстоянии 105 км от пункта А, со некоторой скоростью выезжает автобус. Через 30 минут вслед за ним из А со скоростью 40 км/ч отправляется автомобиль, который догнав автобус, поворачивает обратно. Определите скорость автобуса, при которой автомобиль возвращается в А позже, чем автобус приходит в В.

Вариант 2

1. Автомобилист проехал расстояние между двумя городами за 3 дня. В первый день он проехал всего пути и ещё 60 км, во второй он проехал всего пути и ещё20 км, а в третий день он проехал всего пути и оставшиеся 25 км. Найдите расстояние между городами.

2. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

3. В контейнере находятся коробки и ящики общим числом более 16. Если вдвое увеличить количество коробок и на 20 – количество ящиков, то ящиков будет больше, чем коробок. Найдите количество коробок и ящиков, если известно, что первоначальное количество коробок больше удвоенного количества ящиков.

Практическая работа 45.

Тема: *Общие методы решения уравнений и неравенств*

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме решение уравнений и неравенств различными методами.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе

Задания для самостоятельного решения.

Вариант 1	**Вариант 2**
Задание 1. Решите уравнение:	
А) $(3x-4)^2-(5x-2)(5x+2)+20=0$ В) $\frac{2x^2+4}{3}-\frac{2-3x}{4}=\frac{x^2+8}{6}$ С) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{5}{8}$	А) $(4x+3)(4x-3)-(6x-1)^2+18=0$ В) $\frac{x^2+x}{4}-\frac{3-7x}{20}=0{,}3$ С) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}=\frac{3}{8}$
Задание 2.Решите систему уравнений:	
А) $\begin{cases} xy=-8, \\ (x-4)(y-2)=-12. \end{cases}$	А) $\begin{cases} xy=24, \\ (x+1)(y-2)=20. \end{cases}$

В) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{8}{15}, \\ xy=15. \end{cases}$	В) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2}, \\ xy=-16. \end{cases}$
Задание 3. Решите неравенство:	
А) $4(1+x) > x-2$; Б) $-(2x+1) < 3(x-2)$; В) $\frac{2x-1}{5}-3x > \frac{10x+1}{5}$; Г) $\frac{5x}{12}-\frac{x-2}{4}+\frac{x+1}{3} < 0$.	А) $5(x-8)+1 > 11$; Б) $3y+4{,}1 < y-0{,}5$. В) $x-\frac{3x-1}{3}+\frac{x+1}{2} \geq 1$; Г) $\frac{5x}{12}-\frac{x-2}{4}+\frac{x+1}{3} < 0$
Задание 4. Решите систему неравенств:	
А) $\begin{cases} 3x > 12+11x, \\ 5x-1 < 0; \end{cases}$ Б) $\begin{cases} 7x+2 > 6x-1, \\ x+1{,}6 > 2. \end{cases}$	А) $\begin{cases} 3x < x+4, \\ 0{,}5x < 1{,}4-0{,}2x; \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x-1 \leq 3x-6, \\ 5x+1 \geq 0. \end{cases}$

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Александров, А.Д. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учебник / А.Д. Александров, Л.А. Вернер, В.И. Рыжик. – М: Издательство «Просвещение», 2020. – 257 с. – ISBN: 978-5-09-062551-7 / - Текст : непосредственный
2. Алимов Ш.А. Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 кл. – М: Просвещение, 2022
3. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования/ - 7-е изд, стер. – М: Издательский центр «Академия»,2020. – 265с. - ISBN: 978-5-4468-9242-6
4. А. А. Дадаян. Математика: учебник. / А. А. Дадаян. – 3-е изд. – ИНФРА-М., 2018.

Дополнительная литература:

1. Атанасян Л.С. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. 10 – 11 классы. – М., 2014.
2. Башмаков М.И. Математика: Сборник задач профессиональной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования/ М.И. Башмаков. – 3-е изд., стер. - М : Издательский центр «Академия», 2019. – 208с.- ISBN: 978-5-4468-8658-6
3. А. А. Дадаян. Математика: сборник задач по математике. / А. А. Дадаян. – 3-е изд. – ИНФРА-М., 2012.
4. Алгебра и начала анализа: Учеб.для 10–11кл. общеобразоват. учреждений /А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под. ред. А.Н. Колмогорова. – 17-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2008.
5. Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями: Учебное пособие. – СПб.,2014.

Интернет источники:

ЭБС "ZNANIUM.COM" www.znanium.com

1. Математика : учебник / А.А. Дадаян. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 544 с. — (Среднее профессиональное образование).
2. Математика: учеб.для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 7-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2020. – 256 с. https://www.academia-moscow.ru/catalogue/5395/477386/
3. Математика: Сборник задач профильной направленности: учеб.пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2019. – 208 с. https://academia-moscow.ru/catalogue/5395/427796/
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 10, 11 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углубленный уровень/ А.А. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов и др.; под ред. В.В, Козлова м А.А. Никитина. -4-е изд. – М.: ООО «Русское слово - учебник», 2020.
https://znanium.com/catalog/document?id=429090 (10 класс)
https://znanium.com/catalog/document?id=429091 (11класс)
5. Система электронного обучения «Академия-Медиа» https://www.academia-moscow.ru/
Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия
6. ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
Режим доступа: https://www.academia-moscow.ru/catalogue/5405/343141/
7. Открытый колледж. Математика. - URL: https://mathematics.ru/ (дата обращения: 31.08.2023). - Текст: электронный.